

薄肉曲線桁の断面変形について

京都大学工学部 正員 小西一郎
 京都大学工学部 正員 白石成人
 大成建設 正員 中塚静夫
 川崎製鉄 正員 寺本 正
 京都大学大学院 学生員 北園茂喜

1 まえがき

本研究は、断面変形を考慮した薄肉閉断面直線桁に関する Vlasov の理論を曲線桁に応用することにより基礎方程式を誘導し、また数値計算を行うことにより、中間ダイヤフラムの断面変形に対する効果を調べたものである。

2 基礎方程式の誘導

右図の様な座標 (z, s) をとり、座標軸方向の変位を u, v とする。 u, v を次の様に表わす。

$$u(z, s) = \sum_i U_i(z) \varphi_i(s), \quad v(z, s) = \sum_j V_j(z) \chi_j(s) \quad (1)$$

曲線桁は扇形板と円筒シエルから構成されていると考える。それぞれにおける変位とひずみの関係は、次の様になる。

$$\text{扇形板では} \quad \varepsilon = \frac{\partial u}{R \partial \theta} - \frac{v}{R}, \quad \gamma = \frac{\partial v}{R \partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{u}{R} \quad (2)$$

$$\text{円筒シエルでは} \quad \varepsilon = \frac{\partial u}{R \partial \theta}, \quad \gamma = \frac{\partial v}{R \partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial s} \quad (3)$$

ただし、 θ は右図に示す通りであり、 $R d\theta = dz$ である。

応力とひずみの関係には フックの法則から $\sigma = E \varepsilon, \tau = G \gamma$ (4) を用いる。

薄肉閉断面曲線桁から、隣接する 2 つの横断面によって 重心線の単位長に相当する要素を取り出す。この要素におけるつり合い条件式を仮想仕事の原理より求める。 φ_i, χ_j を仮想変位にとることにより、次式が得られる。

$$\int_F \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \varphi_i dF - \int_F \frac{1}{R} \tau \varphi_i dF - \int_F \tau \varphi_i' dF + \int_L p \varphi_i dF = 0, (i=1, \dots, m) \quad (5)$$

$$\int_F \frac{1}{R} \frac{\partial \tau}{\partial \theta} \chi_j dF + \int_F \frac{1}{R} \sigma \chi_j dF - \sum_k V_k \int_L \frac{M_k M_h}{EJ} ds + \int_L q \chi_j dF = 0, (j=1, \dots, n)$$

(5) 式に (1)~(4) 式を代入することにより、 U_i, V_j に関する基礎方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & r \sum_i A_{ik} \ddot{U}_i + \sum_j \{ -(r+1) F_{kj} - K_{kj} \} \dot{V}_j + \sum_i \{ -B_{ki} + \bar{A}_{ih} - L_{ih} + B_{ih} \} U_i + \frac{1}{q} P_k = 0 \\ & \sum_j C_{jh} \ddot{V}_j + \sum_i \{ K_{hi} - F_{ih} + r F_{ih} \} \dot{U}_i - \sum_j \{ r \bar{C}_{jh} + \frac{1}{q} A_{jh} \} V_j + \frac{1}{q} g_h = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$k = 1, 2, \dots, m, \quad h = 1, 2, \dots, n$$

$$\begin{aligned} \text{ここで} \quad r &= E/G, \quad A_{ik} = \int_F \frac{R_0^2}{R^2} \varphi_i \varphi_k dF, \quad F_{kj} = \int_F \frac{R_0}{R^2} \varphi_k \chi_j dF, \quad K_{kj} = \int_F \frac{R_0}{R} \varphi_k' \chi_j dF \\ B_{ki} &= \int_F \frac{1}{R} \varphi_k \varphi_i' dF, \quad \bar{A}_{ih} = \int_F \frac{1}{R^2} \varphi_i \varphi_h dF, \quad L_{ih} = \int_F \varphi_i' \varphi_h' dF, \quad C_{jh} = \int_F \frac{R_0^2}{R^2} \chi_j \chi_h dF, \quad A_{jh} = \int_L \frac{M_j M_h}{EJ} ds \end{aligned}$$

(6) 式において、 $\varphi_1 = 1, \varphi_2 = x, \varphi_3 = y, \varphi_4 = xy, \chi_1 = h, \chi_2 = x', \chi_3 = y', \chi_4 = x'y + xy'$ とすることにより、長方形断面を有する薄肉閉断面曲線桁の U_i, V_j に関する基礎方程式が得られる。

3 数値解析

計算には、次の様な境界条件の曲線桁を用いる。(1)桁の両端での横方向変位 v はない。(2)両端で桁軸方向変位は自由である。この様な境界条件ゆえ(1)式の U_i, V_j は次の様に表わされる。 $U_i = \sum U_i^{(n)} \cos \frac{n\pi}{l} z$, $V_j = \sum V_j^{(n)} \sin \frac{n\pi}{l} z$ 荷重 P_i, δ_i も同様にフーリエ級数で表現してこれらを(6)式に代入すれば $U_i^{(n)}, V_j^{(n)}, P_i^{(n)}, \delta_i^{(n)}$ に関して $[K_n]\{\delta^{(n)}\} = \{P^{(n)}\}$ なる関係式が得られ $\{\delta^{(n)}\} = [K_n]^{-1}\{P^{(n)}\}$ から $U_i^{(n)}, V_j^{(n)}$ が求まる。

中間ダイヤフラムが $z = z_i$ に存在すれば $V_4(z_i) = 0$ なる条件式が成立する。これより、 n 個の中間ダイヤフラムに作用する $Q_4 = Q_i$ を求めるには

$$\sum_j \delta_{ji} Q_j + \delta_{0i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

なる n 個の連立方程式を解けばよい。ここで δ_{ji} は $z = z_j$ に $Q_4 = 1$ が作用したときの $z = z_i$ での V_4 の値、 δ_{0i} は外荷重による $z = z_i$ での V_4 の値を示す。

計算に用いた断面は(1)幅10m高さ5m, (2)幅10m高さ3m, (3)幅5m高さ5mの3種類である。桁軸長は100m, 曲率半径は100m, 200m, 500m, ∞ (10^8 m)をとった。

断面(2)の曲率半径100mに等分布ねじり荷重が作用した場合の変位と中間ダイヤフラム数の関係は右図のようになる。

また、断面(2)に等分布ねじり荷重が作用した場合の応力と中間ダイヤフラム数の関係は下図のようになる。

他の例については当日発表する予定である。

4 結 論

(1) 本研究の計算に用いた寸法の薄肉曲線桁においては、中間ダイヤフラムが10個以上設けられることにより、断面変形の影響はほとんど無視できる。

(2) 曲率の断面変形に与える影響は、中間ダイヤフラムの個数の断面変形に与える影響に比べて小さい。したがって中間ダイヤフラムの設計に関しては直線桁の場合に準じてよいと考えられる。

参考文献：V.Z.ウラソフ，薄肉弾性ばりの理論，奥村他訳 技報堂

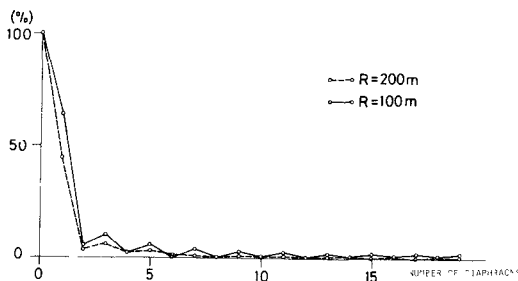
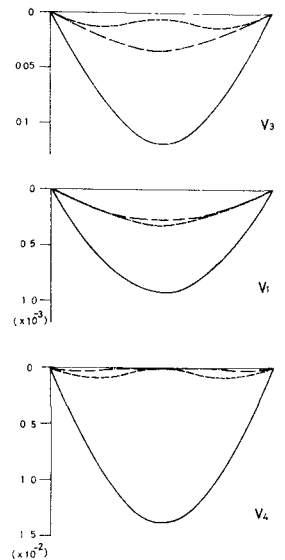


FIG- NORMAL STRESS (AT CENTER SPAN)

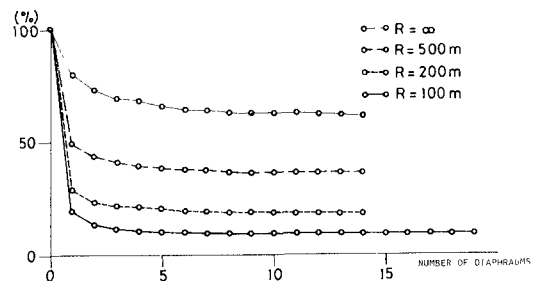


FIG- MAXIMUM SHEAR STRESS (OF WEB)