

道路橋床版の輪荷重点下の応力の算定について

大阪市立大学 正員 園田恵一郎

大阪市立大学 正員 堀川都志雄

大阪市立大学 学生員 広田 幸雄

1. はしがき; 現行道路橋示方書および鉄筋コンクリート示方書においては、輪荷重下の床版の曲げモーメントの算定は薄板理論に基づいており、載荷幅は、タイヤの接地幅に舗装厚および床版厚の1/2を加えたものに規定されている。このような載荷幅の取り方は、半無限弾性体に鉛直集中荷重が作用した場合の Boussinesq の解に基づく鉛直応力の分布形状から決められたものと思われるが、実際の床版の支持条件とは大きく異なっている。

本研究では、舗装と床版を弾性係数の異なる2層弾性板と考慮し、三次元弾性学に基づく厚板理論²⁾より、輪荷重下の応力の分布形状を求め、より正確な載荷幅の取り方を提案するものである。

なお、アスファルト舗装を弾性体と見なすことには、疑問が残るが、走行自動車荷重の下での応力算定に対しては、差しつかえないものと考えらる。

2. 理論式および数値計算例;

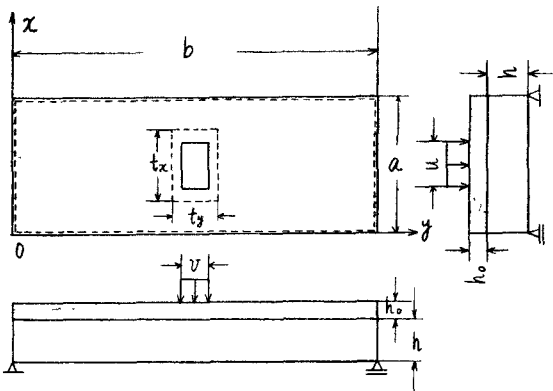


図-1.

<諸元>

$$b/a = 3.0, \quad u = 0.5^{(m)}, \quad v = 0.2^{(m)}$$

上層	$E_0 = 10,000 \text{ kg/cm}^2, \nu_0 = 0.4, h_0 = 0.05 \text{ m}$
下層	$E = 300,000 \text{ kg/cm}^2, \nu = 0.16$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 G_z}{\partial x \partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial x^2}, \quad \tau_{xz} = (1-\nu) \frac{\partial \Delta G_z}{\partial x} - \frac{\partial^2 G_z}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial y \partial z}, \quad \tau_{yz} = (1-\nu) \frac{\partial \Delta G_z}{\partial y} - \frac{\partial^2 G_z}{\partial y \partial x^2} - \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial x \partial z}. \quad (I)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \nu: \text{Poisson's ratio}$$

ここで、上層板と下層板の間には、ずれがないものと仮定し、連続条件を次のように与える。

応力連続条件;

$$\left[\tau_{xz}^u \right]_{y=h/2} = \left[\tau_{xz}^l \right]_{y=-h/2}, \quad \left[\tau_{yz}^u \right]_{y=h/2} = \left[\tau_{yz}^l \right]_{y=-h/2}, \quad \left[\sigma_z^u \right]_{y=h/2} = \left[\sigma_z^l \right]_{y=-h/2}$$

上層および下層板の中央面内にそれぞれ x, y 軸、
下方に z 軸をとる。

Galerkin-vector G_z , Boussinesq の関数 θ を
 x, y 方向に Fourier 級数で、 z 方向に e のべき乗で
展開すれば、

$$G_z = \sum_m \sum_n \left[C_1 \sinh \gamma z + C_2 \cosh \gamma z + \gamma z (C_3 \sinh \gamma z + C_4 \cosh \gamma z) \right. \\ \left. \times \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \right]$$

$$\theta = \sum_m \sum_n \left[C_5 \sinh \gamma z + C_6 \cosh \gamma z \right] \cos \alpha_m x \cos \beta_n y$$

$$\text{ここで、} \alpha_m = m\pi/a, \beta_n = n\pi/b, \gamma^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2.$$

$C_1 \sim C_6$ は未定定数で、板の上下面の境界条件より
決定される。さらに、各変位、応力の式を列記すると、

$$2G_u = -\frac{\partial^2 G_z}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial \sigma_z}{\partial y}, \quad 2G_v = -\frac{\partial^2 G_z}{\partial y \partial x} - 2 \frac{\partial \sigma_z}{\partial x},$$

$$2G_w = 2(1-\nu) \Delta G_z - \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial z^2},$$

$$\sigma_x = (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x^2}) \frac{\partial G_z}{\partial z} + 2 \frac{\partial \sigma_z}{\partial x \partial z},$$

$$\sigma_y = (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y^2}) \frac{\partial G_z}{\partial z} - 2 \frac{\partial \sigma_z}{\partial x \partial y},$$

$$\sigma_z = 2(1-\nu) \frac{\partial \Delta G_z}{\partial z} + (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2}) \frac{\partial G_z}{\partial z},$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 G_z}{\partial x \partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial x^2}, \quad \tau_{xz} = (1-\nu) \frac{\partial \Delta G_z}{\partial x} - \frac{\partial^2 G_z}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial y \partial z},$$

変位連続条件；

$$[u^u]_{z=h/2} = [u^l]_{z=-h/2}, \quad [v^u]_{z=h/2} = [v^l]_{z=-h/2}, \quad [w^u]_{z=h/2} = [w^l]_{z=-h/2}.$$

以上の連続式と、上、下表面における境界条件より、上層板の Galerkin-vector G_z^u 、下層板の G_z^l における未定数 $C_1^u \sim C_6^u$ 、 $C_1^l \sim C_6^l$ が定められ、式 (I) に代入すると、各変位、応力等が求められる。

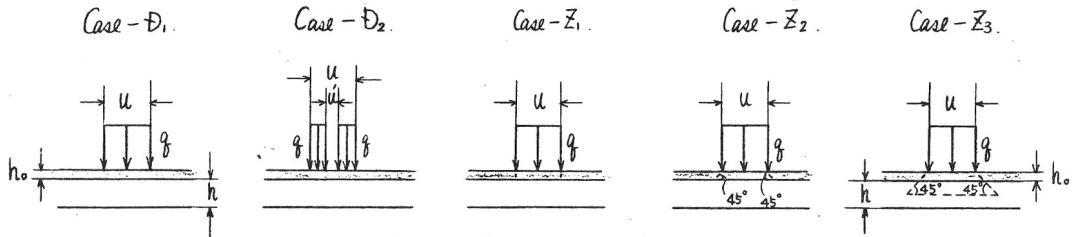
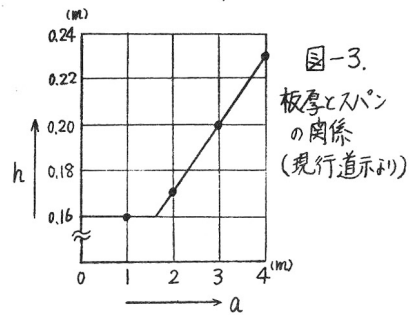


図-2. 荷重の状態.

Case	D ₁	D ₂	Z ₁	Z ₂	Z ₃
x軸方向の 荷重幅 (tx)	u	u-u' (u=0.1m)	u	u+2h ₀	u+2h ₀ +h
y軸方向の 荷重幅 (ty)	v	v	v	v+2h ₀	v+2h ₀ +h
全荷重 (P)	u·v·g	(u-u')·v·g	u·v·g	tx·ty·g	tx·ty·g

表-1. 荷重幅の比較.



* 図-3. における黒丸印を用いて計算している。

表-2. 各荷重の状態における $(W)_{max}$, $(M_x)_{max}$, $(M_y)_{max}$ の数値表.

		a (m)			
		1.0	2.0	3.0	4.0
$(W)_{max}$ ($\times \frac{Pa^2}{b}$)	D ₁	0.0157	0.0166	0.0169	0.0170
	D ₂	0.0151	0.0164	0.0168	0.0169
	Z ₁	0.0144	0.0161	0.0165	0.0167
	Z ₂	0.0134	0.0158	0.0164	0.0166
	Z ₃	0.0117	0.0151	0.0159	0.0163
$(M_x)_{max}$ ($\times P$)	D ₁	0.1683	0.2348	0.2731	0.2989
	D ₂	0.1544	0.2221	0.2602	0.2856
	Z ₁	0.1676	0.2331	0.2705	0.2960
	Z ₂	0.1474	0.2134	0.2513	0.2779
	Z ₃	0.1210	0.1869	0.2210	0.2369
$(M_y)_{max}$ ($\times P$)	D ₁	0.1316	0.1966	0.2327	0.2548
	D ₂	0.1208	0.1872	0.2241	0.2470
	Z ₁	0.1335	0.1956	0.2335	0.2570
	Z ₂	0.1077	0.1725	0.2113	0.2442
	Z ₃	0.0770	0.1397	0.1724	0.1954



写真-1.

Case-D₂ の載荷幅は写真-1 における実際の車輛を想定したものである。

$a=2.0^m$, $b=6.0^m$, $h=0.17^m$ ($\gamma=3.0^m$) の場合における数値計算比較を示す。

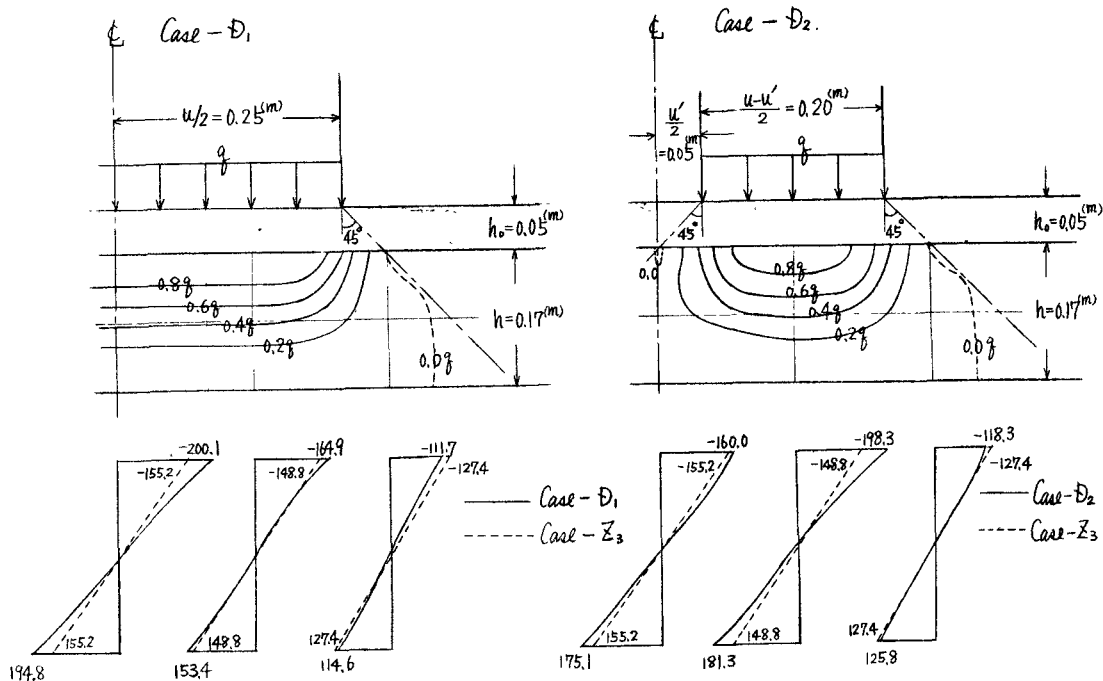
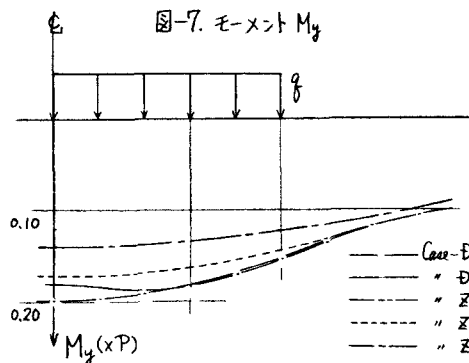
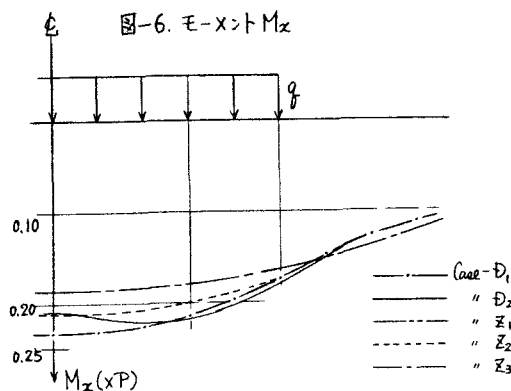


図-4. σ_z の contour 図, $\sigma_x (x/P)$ の分布図。



3. あとがき; 現行の道路橋示方書 (Case-Z3) と本研究で述べた厚板理論 (Case-D1, D2) との差は、 h が小さい程顕著であるといえる。本研究によれば、舗装が載荷幅に与える効果は、ほとんど期待できないと考えられる。

*

- 1) "Theorie und Berechnung der eisernen Brücken", FR. Bleich, Springer, 1924.
- 2) "Studies of a finite Deformation of Plate due to Reissner's Theory and Three dimensional Theory of thick Plate with Body Forces" T. Horikawa, K. Sonoda, M. Kurata, Memo. Osaka City Univ, vol.16, 1975.