

構造剛性行列の非零要素配列について

京都大学 正員 小西 一郎 京都大学 正員 白石 成人
 京都大学 正員 谷口 健男 日本道路公団 正員 横田 信録
 国際エレクトロニクス 正員 今井 博行

1. まえがき

巨大構造物を電子計算機で解析するうえで問題となるのは、剛性行列の巨大さに起因する計算機容量の不足および計算時間の増加である。よって剛性行列の非零要素のみに注目する方法が提案されているが、その方法が有効に活用されるためには、剛性行列の非零要素が *Profile* 値が最小となるように配列されている必要がある。*Profile* とは剛性行列の各行で一番小さい列番号を持つ、という非零要素の列番号とその行番号から成ったものの全行の和と定義される。言いかえると、ある節点とそれと隣接している最小の番号を持つ節点との節点番号差を考えその全節点にわたっての和ということになる。すなわち点と点の接続関係のみが問題となり、よって本研究ではグラフ理論を用いて構造物の最適節点番号付け手法を考察している。ところで構造物はその節点の接続関係の特性から次の二つに大別できる。静定構造物の一種である Tree 系と不静定構造物である mesh 系である。この二種類の構造物について節点番号付け手法を考察した結果 Tree 系に関しては最適節点番号付け手法が得られており、また mesh 系に対しては一つの手法を提案している。

2. Tree 系の *Profile* 減少法

Tree 系とは閉いた回路も持たない構造のことを言う。すなわち Tree 系は何本かの点列とそれらが接合している集中点から成っている。一本の点列とは一端から他端へ順次連続番号を付していけば最小の *Profile* $N-1$ が得られる。ここで N は節点数である。また一本の点列に、任意に α 個の番号を割りて節点番号付けを行なうと *Profile* は α だけ増加する。つぎに集中点の一個ある場合について考える。集中点に接合する各点列に交互に節点番号を付けると、どの点列からもし、 α 個の番号がぬけることになり *Profile* が増加する。よって各点列にそれぞれ独立に番号付けを行なう。すると系の全節点数を N として 1 番, N 番を付けた点と集中点を一本の点列と考えることができる。これをこの集中点を通る *trunk* と言うことにする。*trunk* 以外の点の個数を α とするとこの *trunk* の節点番号差の和は

$$P_e = N + \alpha - 1$$

となる。これより *trunk* をその集中点に接続する点列のうち点数の大きいものを二本に選ぶことにより α を小さくすれば *Profile* が下がることになる。また集中点の番号は N 番を含む点列の先頭として番号付けすることにより集中点に接続している他の点列は、集中点との間の節点番号差が無視できることになり系全体の *Profile* は最小となる。よって各集中点に各点列の点総数を比較して *trunk* を求めることにより一般の tree 系の番号付けができる。その *Profile* は次式で表わされる。ただし e は次数 1 の点の数、 α はある *trunk* 上の集中点の

$$P = N - e + 1 + \sum \alpha_i$$

どの trunk 以外の点列の巨統数でまず一本の trunk が紐をとり次に全 trunk についでこの紐をとる。

3. Mesh 系の Profile 減少法

Mesh 系では Tree 系とはが、こ閉じた回路が存在するのにより一つの点は他の多くの点の影響を受け、Tree 系で用いられた手法はそのまま適用できない。しかし巨視的には Tree 系に用いられた概念を拡張して用いる。すなわち全体に与える境界形状を持つ系には、全体としてその一端から他端へ連続に番号を付け、境界形状に凹凸があり、全体として集約点を持つ Tree に置換できる系は、Tree の各 branch に相当する部分を独立に番号付けすればよいことがわかる。よってまず全体に与える境界を持つ系の節点番号付け手法が問題となる。ここが線の有効と無効について述べる。ある点に接合している線のうち Profile 値と関係のあるものは最小節点番号を持つ点と接合している線だけがありこれを有効な線、それ以外の線を無効な線と言う。有効な線のみからできている Path を有効 Path という。いまある点に有効 Path が結ばれているとすると、その Path 上の点の節点番号差の和は両端の点の節点番号差となる。また系のある部分が何本かの有効 Path におおわれていたとすると、有効 Path の両端点の番号が変化するにせよそれ以上 Profile を下げることはできない。よって Profile を減少させるためにはできるだけ少ない本数の有効 Path で系をおおひ、かつ有効 Path の両端の節点番号差が小さくなるようにすればよい。ここが有効 Path を選定して考えることに非常に有効な Filing Field という場について述べる。この場は縦横の平行線から成っており線の線を *Nodal-column*、横の線を *nodal-row* と言う。系の節点はその交点にあり、個々なくそのと決めておく。また節点番号は一番左の *Nodal-column* 上の一番上の *nodal-row* にある節点から下の節点へ、また順次左の *Nodal-column* の節点番号が増加するように付けるものとする。このようにすると各 *Nodal-column* 上の線は無効となることとなり有効 Path は Filing Field の *nodal-row* として表わされる。そして *nodal-row* 上に線のない所および右よりの線のある所では有効 Path が切れており、そこで有効 Path の両端の節点番号を決定する必要があることを意味している。そのような部分では有効 Path を乱さないうようにしなかつた有効 Path の始端の節点番号を大きく終端の節点番号を小さくしなければならぬが、それはグラフを Filing Field に変形することにより行なわれる。また最初グラフを Field に写像する時に *Minimum Path* というものを使用する。これはある点でのグラフの幅に相当するもので境界上の点から順次境界上の他の点への距離を求めるときに極少値として与えられる。ここでの最低限必要の有効 Path の本数を表わす。よって *Minimum Path* を用いてこの有効 Path の本数を決定し、その後 Field にグラフを変形することにより有効 Path の両端の節点番号を減少させることにより Profile の減少を計る。

4. あとがき

本研究により Tree 系の Profile 最小化法が得られ、また Mesh 系についても一つの手法が提案された。この手法はグラフに枝わかれがある場合などで確立した手法を要さないが、図式解法であることより、人間の経験と、諸要因を総合判断する能力を有効に活用できるのびこの長点をとおさうことができる。なお詳細は当日発表する。Kyoto University, 1974.

(参考文献) Taniguchi, T. "Application of Topology to line width Reduction Method of structural distance maps"