IV−33 待ち行列モデルのシミュレーション解に関する実験的研究

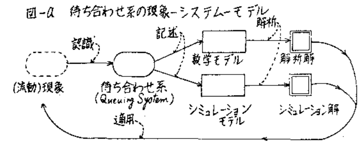
京都大学工学部　正員　吉川和広
京都大学大学院　学生員　○杉原五郎

§1. はじめに

現実に生起している流動現象は、待ち合わせ系(*Queuing System*)としての特徴を持っている。待ち合わせ系は、窓口・客という構成要素と、サービス・移動・待ちという事象によって構成され、窓口の数と配列、客の到着分布、窓口のサービス時間分布およびサービス規律によって特徴づけられる。そして、最も基本的な待ち合わせ系として、窓口1、客の到着がポアッソン分布、窓口のサービスが指数分布、先着順サービス規律、待ち行列列に制限なし　というM/M/1(∞)システムが考えられる。

本研究は、このM/M/1(∞)システムを対象として、シミュレーション解の特徴を明らかにするとともに、平均値推定法として乱数の統計的特性を考慮した方法の検討をおこなうものである。

図−a　待ち合わせ系の現象−システム−モデル



§2. シミュレーション解の特徴

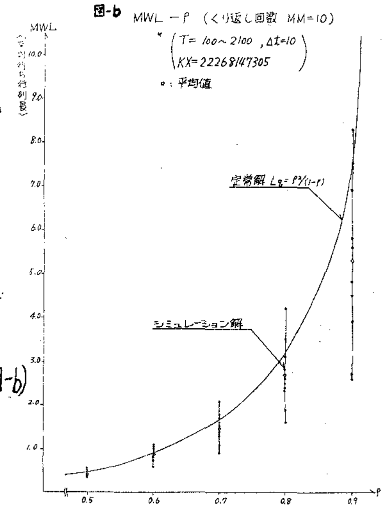
M/M/1(∞)システムを対象としたシミュレーション解の特徴を明らかにするために、本研究において着目した点は、以下の諸点である。

(i) 待ち行列長 $WL(t)$ と待ち時間 $WT(n)$ の系列変化を観測し、系列間の自己相関がどの程度認められるかという点、

(ii) 乱数の系列を変えたくり返し実験によって、平均待ち行列長MWL、平均待ち時間MWT のばらつきの程度および数学的定常解との関係を明らかにすること。(図−b)

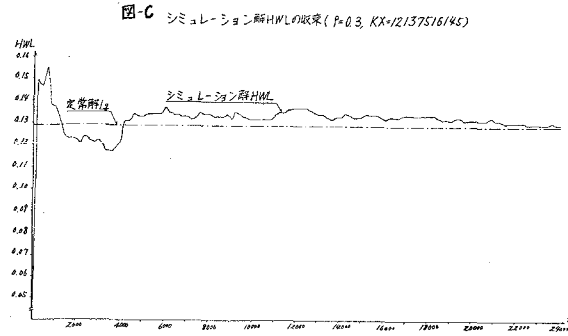
(iii) 平均待ち行列長 $HWL(T)=\frac{1}{T}\int_0^T WL(t)\,dt$ がシミュレーション時間Tによってどのように収束していくかという点 (図−C)

図−b　MWL − ρ　(くり返し回数　MM=10)



シミュレーション解の具体的特徴については、講演時に図と表を用いて考察するが、注目すべきこととしては、シミュレーション解に用いる乱数の統計的性質が解の精度に大きく影響することが明らかとなった。

図−C　シミュレーション解HWLの収束 (ρ=0.3, KX=12137516145)



§3. 乱数の統計的特性を考慮した平均値推定法

待ち合わせ系のシステムを評価するにあたっては、システムの平均的な挙動によっ

評価する方法が一般的である。このため、平均値推定の問題は、待ち合わせ系のシステム的研究において重要な研究テーマとなっている。本研究では、M/M/1(∞)システムの平均待ち行列長の推定法として、次のような乱数の統計的特性を考慮した方法を提案し、若干の検討をおこなった。

(i) 最初に、本研究において用いた乱数(KUNIRN)の一様性の検定をおこなった。

(ii) 次に、この疑似乱数から変換して求められる指数乱数の平均値のばらつきの様子を調べ、乱数の個数が多くなるほど、真の期待値に近づくことを確認した。

(iii) 同様に、トラフィック密度 $\rho'=\lambda'/\mu'$ についても、乱数の個数が多くなるに従がって $\rho=\lambda/\mu$ の値に近づくことが明らかになった。(図-d)

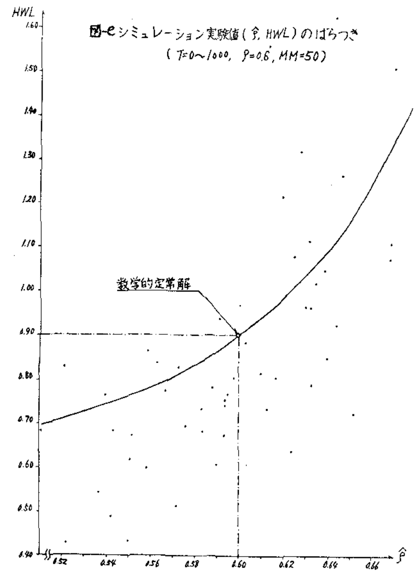
(iv) つぎに、$\rho=0.6$, $T=1000$(シミュレーション時間)の場合について、独立に50回の実験をおこない、実際に記録されるトラフィック密度 $\hat{\rho}$ とシミュレーション解HWLのばらつきの様子を調べ、トラフィック密度 $\hat{\rho}$ が ρ に近づけば、シミュレーション解HWLも数学的定常解 $L_q=\frac{\rho^2}{1-\rho}$ に近づくと考えた。(図-e)

(v) このようにして、シミュレーション時間Tが大きくなれば、シミュレーション解のばらつきも小さくなって、解が収束していくことが説明される。(図-f)

図-d トラフィック密度 ρ' のばらつき

n(乱数の個数) \ ρ	$\rho=0.90$		$\rho=0.60$		$\rho=0.30$	
	ρ'_{min}	ρ'_{max}	ρ'_{min}	ρ'_{max}	ρ'_{min}	ρ'_{max}
50×2	0.59	1.41	0.39	0.94	0.20	0.47
500×2	0.78	1.02	0.52	0.68	0.26	0.34
5,000×2	0.84	0.94	0.57	0.63	0.28	0.31
50,000×2	0.89	0.91	0.59	0.61	0.30	0.30

図-e シミュレーション実験値($\hat{\rho}$, HWL)のばらつき
($T=0\sim1000$, $\rho=0.6$, $MM=50$)

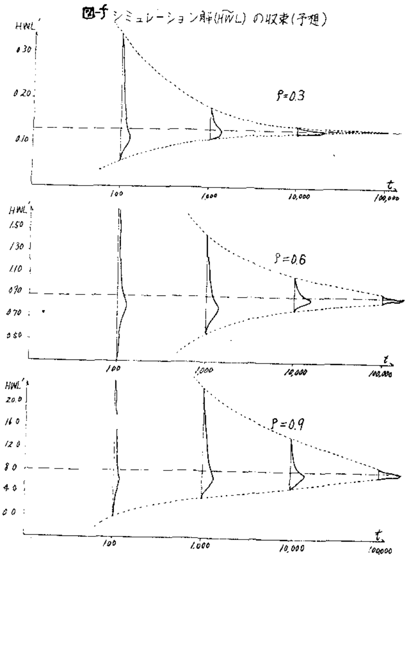


本研究で得られた結果は、2・3の仮定と実験的裏づけにもとづくものであり、シミュレーション解の推定の精度は必ずしも十分であるという保証はないと言える。しかしながら、シミュレーション解のばらつきの様子・収束の傾向を乱数発生のメカニズムとの関連において考察することができ、実用的な観点からは有効な方法であると考えられる。

本研究における具体的な結果の考察、および問題点については、講演時に詳述することにする。

* * *

図-f シミュレーション解($\widetilde{HWL}$)の収束(予想)



〈参考文献〉

「待ち合わせ系の記述および解析に関する基礎的研究ーM/M/1(∞)システムを対象としてー」(杉原五郎　昭和49年　京都大学修士論文)