高速道路合流部の交通流モデル (2)

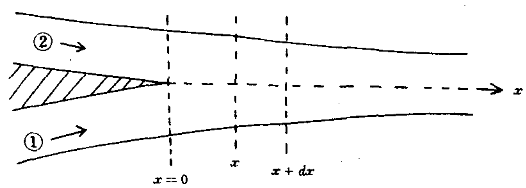
京都大学　正員　明神 証

1. まえがき

ランプと本線との合流部の交通性状に関しては，待ち行列理論の応用やシミュレーションによるものなど比較的多く研究がなされている。これに対して本線合流部とくにいわゆるY型合流部については，たとえば待ち行列理論の応用などは困難とみられること，Y型合流そのものの実際例が多くないことなどによると思われるが，その交通性状に対するアプローチは少ないようである。本報文は圧縮性流体モデルによってY型合流にアプローチしようとするものである。

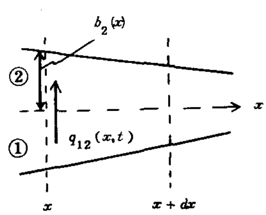
2. モデルの記述

図−1に示すY型合流部を対象とする。ノーズから下流にむかって距離xをとる。つぎの記号をもちいる。



図−1　Y型合流

$q_i(x,t)$：断面x，時刻tにおける交通量
$k_i(x,t)$：　〃　　〃　単位巾当り密度
$u_i(x,t)$：　〃　　〃　速度
$p_i(x,t)$：　〃　　〃　単位巾当り圧力，$b_i(x)$：断面xの巾員，$i=1,2$：合流部の下側，上側車線を示す。$q_{12}(x,t)$：断面x，時刻tにおいて1から2へ移る交通量，$\tau(x,t)$：$q_{12}(x,t)$によって，上側車線2に対してx軸上負のむきに作用すると仮想する力。図-2，3に$q_{12}(x,t)$，$\tau(x,t)$をそれぞれ示す。図−3において，$P_2(x,t)=p_2(x,t)b_2(x)$である。$\tau(x,t)$は流体力学的には剪断力とよばれる力に相当すると考えることができ，速度を一様化する様な作用をもち，その符号は図−3のむきを正とする。圧力$p_i(x,t)$の交通工学的意味づけは困難である。ここでは



図−2　下(①)から上(②)への流れ$q_{12}(x,t)$

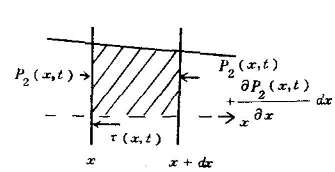
$$p_i(x,t)=\alpha\{k_i(x,t)\}^n \qquad (1)$$

なる仮定をしておく。また，$q_{12}(x,t)$については，1と2との密度差に比例する形

$$q_{12}(x,t)=\beta\{k_1(x,t)-k_2(x,t)\} \qquad (2)$$

を仮定し，さらに$\tau(x,t)$についてはつぎの形を仮定する。

$$\tau(x,t)=\gamma\, q_{12}(x,t)\{u_2(x,t)-u_1(x,t)\} \qquad (3)$$



図−3　微小部分に働く力

α，β，γおよびnは定数である。

連続の式，運動方程式および式(1)，(2)，(3)，さらに$q_i=k_ib_iu_i$（$i=1,2$）をもちいると，定常な流れに対して結局つぎの式を得る。ただし，式(1)のnとしては$n=1$を仮定している。

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dU_1}{dx}+U_1\left(\frac{1}{k_1}\frac{dk_1}{dx}+\frac{1}{b_1}\frac{db_1}{dx}\right)=-\frac{\theta}{b_1}(1-k_2/k_1) \\
&\frac{dU_2}{dx}+U_2\left(\frac{1}{k_2}\frac{dk_2}{dx}+\frac{1}{b_2}\frac{db_2}{dx}\right)=\frac{\theta}{b_2}(k_1/k_2-1) \\
&U_1\frac{dU_1}{dx}+\left(\frac{1}{k_1}\frac{dk_1}{dx}+\frac{1}{b_1}\frac{db_1}{dx}\right)=\frac{\theta\eta}{b_1}(1-k_2/k_1)(U_2-U_1) \\
&U_2\frac{dU_2}{dx}+\left(\frac{1}{k_2}\frac{dk_2}{dx}+\frac{1}{b_2}\frac{db_2}{dx}\right)=-\frac{\theta\eta}{b_2}(k_1/k_2-1)(U_2-U_1)
\end{aligned}\quad
\begin{aligned}
U_1&=u_1/\sqrt{\alpha} \\
U_2&=u_2/\sqrt{\alpha} \\
\theta&=\beta/\sqrt{\alpha}
\end{aligned}\right\}\qquad(4)$$

初期条件 $U_i(0)$, $k_i(0)$ に対してとけば，断面 x における U, k がえられる。

3. $U\sim k$ の関係

$U_i(0)$, $k_i(0)$ を与えるために $U\sim k$ の関係を求めてみる。定常な流れの式(4)を導く過程[1]で，巾員 b が一定かつ $k_1=k_2\equiv k$ の場合を考えると次式を得る。

$$\frac{\partial k}{\partial t}+k\frac{\partial u}{\partial x}+u\frac{\partial k}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\alpha}{k}\frac{\partial k}{\partial x}=0 \qquad (5)$$

$u=f(k)$ とおけば，

$$(kf')^2=\alpha\ (>0),\quad f'=\frac{du}{dk}\ (<0)$$

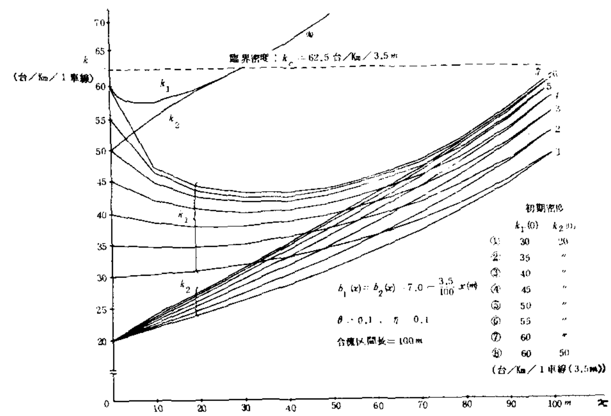
これから，$k\frac{dU}{dk}=-1$，$U=u/\sqrt{\alpha}$ を得る。$k=k_j$ (jam density) で $U=0$ なる条件のもとにこれをとけばつぎの Greenberg の解を得る。

$$U=-\ln(k/k_j) \qquad (6)$$

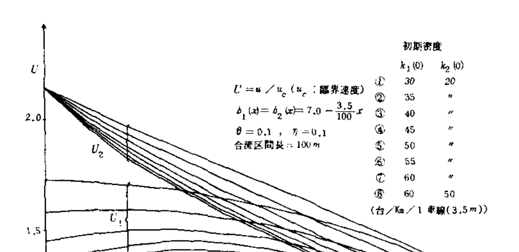
$dq/dk=0$, ($q=kbU$) なる U を U_c とおくと，$U_c=u_c/\sqrt{\alpha}=1$ すなわち $\sqrt{\alpha}=u_c$。U は臨界速度に対する相対速度である。$U(0)=-\ln(k(0)/k_j)$ で与えられる。

4. 数値計算例

$k_c=k_j e^{-1}=62.5$ 台/km/1車線，$k_c>k_1(0)>k_2(0)$，$b_1(0)=b_2(0)=7.0$ m，合流区间長 100 m，$b_1(100)=b_2(100)=3.5$ m の場合の k，U を図－4(1),(2) に示す。ただし，θ, η については なお吟味の余地があるが，適当に $\theta=\eta=0.1$ を仮定し，また，$x=0,100$ における db/dx はそれぞれ $x=0+$, $L-$ の値をもちいている。



図－4 (1) 合流区間の密度変化 ($k_c>k_1(0)>k_2(0)$)



図－4 (2) 合流区間の速度 ($k_c>k_1(0)>k_2(0)$)

この研究は交通工学研究会の合流部交通現象委員会に援助をうけている。米谷栄二委員長はじめ委員の方々に謝意を表する。

「参考文献」 1) 明神 証：高速道路合流部の交通流モデル，第28回土木学会年次講演概要，第4部，48.10.