

京都大学工学部 正会員 藤田昌久  
京都大学大学院 学生員 O塚本直幸

## 1. はじめに

長期的な視野のもとにおける都市施設の効率的な配置計画を分析するものとして、著者らは参考文献[1]、[2]における研究を行ってきた。また[3]において、これらの研究はさらに動学的な地価理論へと発展させることが可能であることを示した。しかしながら、以上の研究はすべて、各都市施設の都市全体での各年次における必要量がまえもって時系列的に与えられているという前提のもとに行われている。本研究はこの前提を取り除いた時の都市施設の長期的な最適配置過程を、住宅を例にとり分析しようとするものである。

## 2. 長期的な住宅配置計画の定式化

問題設定にあたって以下の仮定を設ける。

①いま考える都市は、ただ1つの都心を持ち近くに他の都心は存在しないものとする。

②都市は  $n$  個の地区より成り、地区は都心からの距離の順に  $j = 1, 2, \dots, n$  と名づける。各地区の面積を  $S_j$ 、都心からの距離を  $d_j$  とする。

③都市の居住人口は家族単位で数えることにし、すべての居住者は同質であるとする。

④計画期間は  $[0, T]$  とし、各時刻  $t$  における都市全体の人口は外生的に  $D(t)$  として与えられている。

⑤住宅の種類は全部で  $m$  個とし、それらを  $i = 1, 2, \dots, m$  で表わす。タイプ  $i$  の住宅1単位あたりの入居人員  $w_i$ 、敷地面積  $k_i$  はそれぞれ常数とする。また時刻  $t$  におけるタイプ  $i$  の住宅1単位あたりの建設費用は地区間で差がないものとし、これを  $b_i(t)$  と表わすことにする。

⑥時刻  $t$  において都心に立地しているタイプ  $i$  の住宅に住むことによって得られる単位時間当たり、1人当たりの効用を  $u_i(t)$  (なんらかの方法で金額に換算されているものとする) とし、都心からの距離が遠くなるにつれてその効用は、通勤に伴う不効用などを考えて、一定の勾配  $r$  で減少すると仮定する。

以上の仮定にもとづき本研究における住宅配置計画の問題は次のように定式化される。

### 〔問題〕

計画期間全体における都市全体の住宅から得られる純便益の合計

$$\int_0^T P(t) \sum_i \sum_j [(b_i(t) - r d_j) w_i x_{ij}(t) - b_i(t) u_{ij}(t)] dt \quad (1)$$

を以下の制約条件のもとで最大にする住宅建設量  $u_{ij}(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, \dots, n, 0 \leq t \leq T$ ) を求めよ。

a) 住宅個数の変化式

$$\dot{x}_{ij}(t) = u_{ij}(t) \geq 0 \quad (2)$$

b) 人口制約

$$\sum_i \sum_j w_i u_{ij}(t) = \dot{D}(t) \quad (3)$$

c) 面積制約

$$\sum_i k_i x_{ij}(t) \leq S_j \quad (4)$$

d) 初期条件

$$x_{ij}(0) = 0 \quad (5)$$

ただし、 $P(t)$  は便益(効用)に対する時間的ウェイト関数で  $P(0) = 1$ 、 $P(t) > 0$  とする。 $x_{ij}(t)$  は時刻  $t$  における地区  $j$  の  $i$  タイプ住宅の個数、 $u_{ij}(t)$  は時刻  $t$ 、地区  $j$  における  $i$  タイプ住宅の建設速度、とする。

以上の問題は要するに、各時刻における都市の計画人口が全買いつけの住宅に住める

という制約のもとに、計画期間全体で得られる都市住宅全体の効用が最大となるように各地区、各住宅の建設計画を定めることである。

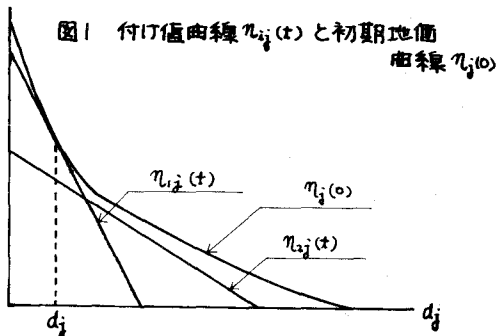
### 3. 最適配置過程

上の問題に対する最適解は、最大原理を用いることによって得られる。ここでは簡単のために、上の問題における  $B_i(t)$  および  $b_i(t)$  は時間に関係なく一定とし、それぞれ  $B_i$ 、 $b_i$  とする。また住宅のタイプは2種類しかないものとし、1人あたりの敷地面積を示す  $k_1/w_1$  については  $k_1/w_1 < k_2/w_2$  と仮定しておく。

ここで次のような関数を定義する。

$$\pi_{ij}(t) = \{p_{ij}(t) - f(t)b_i - g(t)w_i\} / k_i \quad (6)$$

ここに関数  $p_{ij}(t)$ 、 $g(t)$  は上の問題を解く際に出てくるラグランジュ乗数で、それぞれ時刻  $t$  における地区  $j$ 、タイプ  $i$  の住宅1単位あたりの価格および1人あたりの建設補助金を表わす。また  $\pi_{ij}(t)$  をタイプ  $i$  の住宅による時刻  $t$  における地価の付け値曲線とよぶことにする。さらに初期時刻における地区  $j$  の面積1単位あたりの地価を  $\pi_j(0)$  とすれば、ある時刻  $t$  における付け値曲線  $\pi_{ij}(t)$  と初期地価曲線  $\pi_j(0)$  の関係は、都心からの距離  $d_j$  を建設的にとれば、図1のように表わせる。

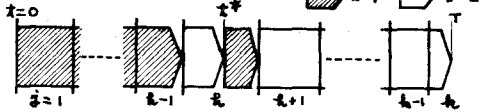


最適解の求め方については、図1も用いて講義時に述べるが、最適配置過程は図2のようになる。

すなわち

① タイプ1の住宅が都心から外側へ向ってつぎつぎとそれらの地区を埋めつくすように建設され、ある地区  $k$  に至る。地区  $k$  ではまずタイプ2が建設され、その地区にまだ空地が残っているある時刻から建設が切り換って、タイプ1がその地区  $k$  を埋めつくすまで建設される。次の地区から以降は、再びタイプ2が外側へ向って順次それらの地区を埋めつくしながら建設され、最後にある地区  $n$  に至る。

図2 最適配置過程



② この基本的なパターンは、住宅建設費用によって変ることではない。

③ 地区  $k$ 、 $k$  および建設の切り換え時刻は、与えられた定数に対して一意的に定まる。

### 4. 結論

以上より、このような最適配置過程のパターンは、短期的効率性を求めた計画のくり返しによるものとまったく異なる。したがって長期的効率性を考慮した住宅の最適配置過程は、短期的な効率性のみを考慮した計画のくり返しでは得られないことがわかる。

今後は仮定をさらに一般化し、たとえば再開発を考慮した場合、あるいは居住者の家族構成や住宅の種類を多様化して、それらの数量は合計として外生的に与えられているが、各タイプごとの数量はモデル内で決定するような場合などについても研究を進めるべきであろう。

＝参考文献＝

- [1] 藤田昌久、「都市空間の最適成長過程」, 日本地域学会第10回大会報告要旨, 1973年12月, pp.90-109
- [2] 藤田昌久、「都市施設の長期的最適配置過程に関する研究」, 土木学会論文報告集, No.222, 1974年2月
- [3] 藤田昌久、「都市空間拡大過程の動学分析」, 日本交通政策研究会シリーズ, 1974年