IV－9　住宅立地プログラミングモデルに関する理論的考察

京都大学工学部　正員　柏谷増男
中央復建コンサルタンツ　正員○斎藤道雄

① はじめに

近年の住宅問題の深刻化にともない、その問題を解決するための手がかりとして、都市圏における住宅立地のマクロな傾向を予測するためのモデルの開発が必要であると思われる。現実の住宅市場においては、地価あるいは住宅価格といった価格機構を通じての住宅需要と住宅供給のマッチングという市場過程が、住宅立地の決定に重大な役割をはたしている。したがって、住宅立地モデルの作成にあたっては、こうした市場過程をいかに表現するかがひとつの課題である。しかし、従来のモデルでは、この機構を直接に考慮していないものが多かった。そこで本研究では、均衡立地理論にもとづいて、LP法を用いて住宅立地をモデル化し、住宅市場における需給均衡を表現しようとした。

② 均衡立地理論および付け値の概念について

均衡立地理論は、アロンゾ以来数多くの研究が行なわれている。基本的な形式は次のようである。住宅需要者は、通勤距離x、住宅敷地面積q、住宅財以外の一般財消費額zによって定められる効用$u=u(x,q,z)$を、支出制約$y=z+r(x)\cdot q+w(x)$のもとで最大化するような地点に立地する。$r(x)$は地代関数、$w(x)$は通勤費関数、yは収入とする。しかし、地代関数$r(x)$は市場における需給均衡の結果決定されるものであり、市場均衡解を求めるためにはこの均衡地代関数そのものを求めねばならない。そこで、土地需要者の需要価格に相当する地代付け値の概念を導入する。付け値とは、任意の地点x_0で、ある一定の水準の効用$u_0=u(x_0,q,z)$を保ちながら支払うことのできる地代$r(x_0)=(y-z-w(x_0))/q$の最大値をいい、これを空間的に連ねたものを付け値曲線とよび$r(x,u_0)$と表現する。この概念を用いて住宅市場における市場均衡の条件は次の三項目にまとめることができる。

(1) 地代が正の地点では需給量が一致している。

(2) 土地所有者は、彼の土地に対して付け値を提示している住宅需要者のうち、最高の付け値を提示している需要者にその土地を貸す。その意味で彼の地代収益は最大化されている。

(3) 住宅需要者は他の立地点に移っても何らの効用の増加も望めない。

③ LPモデルの定式化

上に述べた市場均衡の概念を用いて住宅立地LPモデルを定式化する。上の条件によれば、市場均衡においては、土地所有者の地代収益は与えられた付け値に対して最大化されている。そうした市場均衡を表現するLPモデルの目的関数として、次式で示すような住宅需要者の地代支出の総和を最大化するような目的関数を設定する。

$$\max \quad P=\sum_{i\in I}\sum_{k\in K} r_{ik}\cdot q_{ik}\cdot X_{ik} \qquad \text{-----(1)}$$

制約条件としては、以下に示す用地制約および需要制約をとる。

用地制約 $\sum_{k\in K} g_{ik}\cdot X_{ik} \leq S_i$ （すべての$i\in I$で） ‥‥(2)

需要制約 $-\sum_{i\in I} X_{ik} = -D_k$ （すべての$k\in K$で） ‥‥(3)

非負条件 $X_{ik} \geq 0$ （すべての$i\in I, k\in K$で） ‥‥(4)

ここに，i：地区，I：すべての地区の集合，k：世帯タイプ，K：すべての世帯タイプの集合，r_{ik}：付け値，g_{ik}：その付け値の水準に対応する敷地面積，X_{ik}：i地区でのkタイプ世帯の立地数，S_i：宅地化可能面積，D_k：住宅需要世帯数

すなわち，(2)，(3)，(4)式の制約のもとで，(1)式を最大にするようX_{ik}の値を求める。しかしこのLPモデルは，常に市場均衡解がえられるとは限らない。というのは，係数として与えた付け値が均衡状態での付け値であるかどうかも未知だからである。そのためある係数$\{r_{ik}, g_{ik}\}$を与えたときにこのLP問題の解が市場均衡解であるかどうかを判定する条件が必要となる。そこで，上の元問題から作られる次の双対問題が重要となる。

$$\min \quad \varphi = \sum_{i\in I} S_i\cdot\mu_i + \sum_{k\in K}(-D_k)\cdot V_k \qquad \cdots\cdots(5)$$

$$\text{subject to} \quad g_{ik}\cdot\mu_i - V_k \geq g_{ik}\cdot r_{ik} \quad （すべての i\in I,\ k\in K で） \cdots\cdots(6)$$

$$\mu_i \geq 0 \ （すべての i\in I で），\quad V_k \gtreqless 0 \ （すべての k\in K で） \cdots\cdots(7)$$

ここに，μ_i は用地制約(2)式に，V_k は需要制約(3)式に対応する双対変数であり，市場均衡においてはこれらの双対解が次の条件を満たしていることが証明できる。

④ 市場均衡の判定条件

$$(1)\begin{cases} r_{ik} > 0 \ （少なくともひとつの k について）なる地区 i では & \mu_i^0 > 0 \\ r_{ik} = 0 \ （少なくともひとつの k について）なる地区 i では & \mu_i^0 \geq 0 \\ r_{ik} < 0 \ （すべての k について）なる地区 i では & \mu_i^0 = 0 \end{cases}$$

$$(2)\begin{cases} \min_{j\in I_k^c, m\in K_j, m\in M_j} \{g_{jk}(r_{jm} - r_{jk}) + (g_{jk}/g_{jm})\cdot V_m^0\} > V_k^0 \\ \geq \max_{i\in I_k, l\in K, l\neq k, k\in M_i} \{-g_{ik}(r_{ik} - r_{il}) + (g_{ik}/g_{il})\cdot V_l^0\} & （相対的範囲） \\ \max_{i\in I_k}\{-g_{ik}\cdot r_{ik}\} \leqq V_k^0 < \min_{i\in I^c}\{-g_{ik}\cdot r_{ik}\} & （絶対的範囲） \end{cases}$$

ここに，I_k：kタイプ世帯の立地している地区の集合，K_j：j地区に立地している世帯の集合，M_j：j地区で最高の付け値を提示している世帯の集合，I_k^c：kタイプ世帯の立地していない地区の集合，I^c：立地者のない地区の集合，^{0}：LPの最適解を示す

このV_k^0の幅は距離を離散的にとったために生じたものであり，距離を連続的にとればすべてのV_k^0はゼロとなる。

⑤ おわりに

上に示したLPモデルは，アパート，1戸建てなど複数の住宅タイプや複数の就業地がある場合にもただちに拡張でき，市場均衡モデルとしては従来のモデルに比してより一般性をもったモデルである。しかしこの理論モデルをただちに住宅立地の予測に用いるためにはまだ問題があり，そうした実用性については，別の機会に発表したい。

参考文献 1)アロンゾ（折下功訳）「立地と土地利用」 朝倉書店