段階建設の選択基準に関する検討

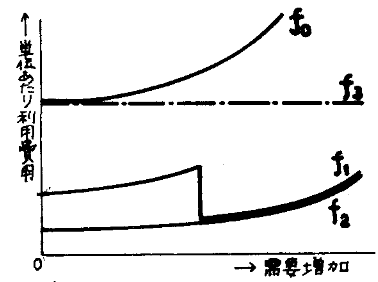
京都大学工学部　正員　長尾義三
京都大学大学院　○学生員　吉田哲生

1緒言

あるプロジェクトの評価が，長期にわたってその生みだす効用とそれに投入された費用で論じられるならば，われわれの課題は，施設規模を時間と共に如何に操作するかということである。本研究はこの趣旨に沿って，時間に着目した従来の投資形態―追いかけ型，段階型，一括型―の相違点を述べ，さらに外生的に与えられるパラメータ（社会的割引率，需要，建設費，手戻り率）によって，採択すべき投資形態がどう影響を受けるかの分析を行ったものである。

2従来の投資形態の相違

追いかけ型，段階型，一括型の相違点は，利用単位あたりが受ける利用費用（operating-cost）の相違として捉えうる。これを(図-1)に示す。一般に施設は時間の経過と共に物理的劣化，そして特に需要の増加による混雑の増加によって，その利用費用を増加させるものである。そしてその利用費用は逆に，施設の新設や施設規模の増加によって減少せしめうる。ここにおいて投資形態の本質的な相違は，施設規模の決定に際して何年先の需要を想定するかということになる。追いかけ型は，常に短期的な将来の需要を想定して逐次追加建設を行うので現状の利用費用を増加することなく一定に保たれる。(図-1. f_3)。これに対して一括型は長年先の需要を想定する為に計画時点から長年にわたってスケールメリットを享受しうる。(図-1. f_2)。段階型は究極の目標として一括型における規模の建設をおき，その規模を数段階に分割して時間の経過と共に逐次を模を増加させていこうとするものである。(図-1. f_1)。本研究では追いかけ型は短時の一括投資ともみれるが，連続的施工の不可能性，手戻り費の膨大な増加などから一応考慮の外におき，ここでは長期の視点に立って段階型と一括型の採択基準の定式化を行ってみる。



f_0: 既存の施設における費用曲線
f_1: 段階型
f_2: 一括型
f_3: 追いかけ型

図-1 投資形態による利用費用曲線

3採択基準の定式化

i)運営費用……段階型として2段階建設を考える。施設の効用は既存の施設であれば想定される費用と新施設における利用費用との差と考えられるから，n 年次に追加建設を行う場合，任意の t 期における施設の効用は

$t<n$ において　$D(t)\times\{f_0(t)-f_1(t)\}\times i(t)$ …… (1)

$t\geq n$ において　$D(t)\times\{f_0(t)-f_2(t)\}\times i(t)$ …… (2)

ただし $D(t)$……t 期の需要　$i(t)$……t 期における割引係数

いま $D(t)$ は連続的に成長し，瞬間的に一様な成長率 γ を

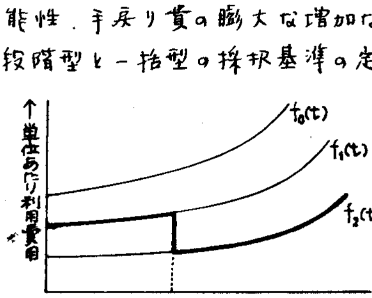


図-2 追加建設 n 年次のプロジェクトにおける単位利用あたりの費用曲線 (——)

$f_0(t)$ 既存の施設において想定される費用曲線
$f_1(t)$ 第1段階施設 〃
$f_2(t)$ 全段階施設 〃

もつとすれば．微分方程式(3)，　$D(t)/dt = rD(t)$ ……(3)
が成立し．これを解いて．$D(t) = D_0 e^{rt}$ ……(4) が成立する。（ただし D_0 は初期需要）
資本の成長も同様に i の成長率をもつとすれば　$i(t) = e^{-it}$ ……(5) が成立する。したがってプロジェクトライフL期にわたる総効用Bは次の(6)式のようになる．

$$B = B(n) = \int_0^n D_0 \{ f_0(t) - f_1(t) \} e^{(r-i)t} dt + \int_n^L D_0 \{ f_0(t) - f_2(t) \} e^{(r-i)t} dt \quad \cdots\cdots (6)$$

ロ)建設コスト……同様の割引係数を用いて建設コストCは(7)式で表わされる。

$$C = C(n) = \begin{cases} x_1 + x_2 \\ x_1 + \alpha x_2 e^{-in} \end{cases} \qquad \begin{array}{l} \alpha ;\ \text{手戻り率} \\ x_1, x_2 ;\ \text{才1，才2 段階建設費} \end{array} \quad \cdots\cdots (7)$$

ハ)選択基準……いま費用便益差を最大にすることを最適化の評価基準とすると．n を適当にとって $V(n) \equiv B(n) - C(n)$ を最大化すればよい。$V(n)$ を最大化する n^* が i) $n^*=0$ のとき一括建設が有利であり ii) $n^* \neq 0$ のとき n^* を追加建設時期とする2段階建設を示す。解が i) であるか ii) であるかは $V(n)$ における外生変数 $D_0, r, i, \alpha, x_2, f_1, f_2$（$x_1, f_0$ は n の最適化に無関係である）によって決まる。したがってこれらのパラメータの作る空間として i), ii) の領域が決定されることになる。この領域の分析にあたって．まず一括建設領域を求め．その否定領域として段階建設領域を求めることにする。

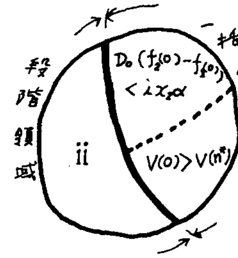


図-3　領域の図示

i)一括建設領域……いま交通流理論、待ち行列理論から妥当と思われる仮定　$\{ f_2(t) - f_1(t) \}/dt \leqq 0$ ……(8)を導入する。(8)は規模の違う施設間の利用費用差は需要の増加するという意味をもつ。このとき一括型が有利な場合は次の(A)，(B)の2とうりある。

i-A)……$V(n)$ が極値をもたないとき。$V(n)/dn = e^{-in} \{ D(n) \times \{ f_2(n) - f_1(n) \} \} + i x_2 \alpha \}$ であるから(8)を考慮すると $V(n)/dn|_{n=0} = D(0) \{ f_2(0) - f_1(0) \} + i x_2 \alpha < 0$ ……(9)ならば $V(n)$ は極値をもたず単調減少し．しかも $V(0) > \underset{n \to 0}{V(n)}$ であることから(9)が一括建設の有利な条件を示す。

i-B)……$V(n)$ が極値をもつがやはり一括型の方が有利なとき。$V(n)/dn = 0$ を満たす n^* において $V(0) > V(n^*)$ が成立していることになる。この領域をパラメータで示すと(10)式のようになる。

$$\int_0^{n^*} (f_1 - f_2) \cdot D_0 e^{(r-i)t} dt - x_2 (1 - \alpha e^{-in^*}) > 0 \quad \cdots\cdots (10) \quad (\text{ただし } V(n)/dn|_{n=n^*} = 0)$$

ii)段階建設領域……$V(n)$ が極値をもって(10)式の否定が成立するとき段階建設が有利となる。このとき追加建設年次は $D(n^*) (f_1(n^*) - f_2(n^*)) = i x_2 \alpha$ ……(11)を満たす n^* で決定される。(11)は限界的な（追加建設を1年延ばすときの）効用の損失と限界的な費用の節約額が等しくなるところで追加建設の最適時期が決定されることになる。

4 結言

3-i, ii の展開から D_0, r, i, α, x_2 が外生的に与えられ、f_1, f_2 の関数が施設に応じて想定されたときの建設型式の選択は完全になされうる。さらに(9)，(11)式から割引率，追加建設費，手戻り率はそれらの積の形（$i x_2 \alpha$）で選択に影響を与えることがわかる。このような形で(9)(10)，(11)式をさらに簡明化したパラメータ間の関係で示すためには．f_1, f_2 の分析，すなわち施設スケールと利用費用との関係を一般的に叙述するための分析が必要と思われる。