不均質地盤の確率論的取扱いに関する一考察

京都大学工学部　正員　黒田勝彦
京都大学工学部　学生員　浅岡顕
京都大学工学部　学生員○鈴木正敏

1. 序　地盤の不均質性に着目した研究は数多くあるが，不均質性を工学的に取り扱う観点からの研究は少ない。本研究は地盤の不均質性を確率論的な立場から考察したもので，不均質性の程度と不均質性に関する情報量の多少を定量的に表現したものである。

2. 地盤の不均質性を考慮した盛土の破壊確率　簡単のために，図－1に示したような粘土地盤上の盛土のすべり破壊について考える。図に示した粘土層は従来の方法で工学的に一様として取扱える粘土層とする。この粘土層ですべり破壊を対象として取り扱う範囲を V とすると，V 内の微小要素……v では，ある特性値 x（今の場合，C_u）は一定であるとする。すなわち，均質な最小単位を v とする。このとき，V と v の相対的な大きさの差違が結果にいかなる影響を及ぼすかを検討する。さて，工学的に一様として取り扱える粘土層内では非排水強度 C_u は正規分布[1)(2)(3)]することが確認されている。したがって，v の集合 V で C_u は $N[\mu_c, \sigma_c^2]$ 分布と考えられる。ここに μ_c は平均値，σ_c は標準偏差である。図－1を参照に，この盛土のすべりに関する起動モーメント M_0（M_0 は確定的に決まるとする），抵抗モーメント M_R とすると，M_R の期待値，分散は，それぞれ(1)式および(2)式で与えられる。ただし v_i 要素と v_j 要素の x に関する相関係数を ρ_{ij} とする。

$$E[M_R]=R\left(\sum_i l_i\right)E[x_i]=R\left(\sum_i l_i\right)\mu_c \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (1)$$

$$V[M_R]=R^2\left(\sum_i l_i^2\right)\sigma_c^2+R^2\sum_{i\neq j} l_i l_j \rho_{ij}\sigma_c^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (2)$$

したがって，盛土の設計安全率を $F_s=M_R/M_0$ とすると，F_s は平均値 $E[F_s]=E[M_R]/M_0$，分散 $V[F_s]=V[M_R]/M_0^2$ なる正規分布 $f(F_s)$ にしたがう。$f(F_s)$ は(3)式で与えられる

$$f(F_s)=\frac{M_0}{\sqrt{2\pi}\sqrt{V[M_R]}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{F_s-E[M_R]/M_0}{\sqrt{V[M_R]/M_0^2}}\right)^2\right] \cdots\cdots \qquad (3)$$

いま，破壊の定義を $F_s\leq 1.0$ とすると，盛土の破壊確率 P_F は，

$$P_F=\mathrm{Prob}[F_s\leq 1.0]=\int_{-\infty}^{1.0} f[F_s]\,dF_s \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (4)$$

となる。

3. 不均質性の程度差による P_F の変動

(1) $V=v$ の場合；この場合は，取り扱う粘土層は，V 内において均質であると考えられる。このとき M_R，したがって F_s は確定値となり，$F_s>1.0$ なら $P_F=0\%$，$F_s<1.0$ なら，$P_F=100\%$，$F_s=1.0$ なら $P_F=50\%$ である。

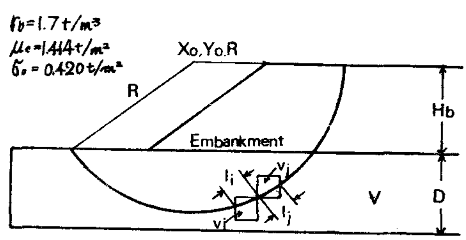

図-1

(2) $V \gg v$ の場合；不均質性を支配する最小単位 v が V に比べて非常に小さい場合である。この場合，(2)式の $V[M_R]$ は，以下の証明によって0になる。すなわち，すべり面が v_i を切る長さ l_i は一般に係数 a_i（有限確定値 $0 \leq a_i \leq b$）に対して $l_i = a_i(L/n)$（L；すべり円弧が地盤を切る長さ）で与えられるので，

$$\lim_{n\to\infty} V[M_R] = \lim_{n\to\infty}\left[R^2\sum_{i=1}^{n} l_i^2\sigma_c^2 + R^2\sum_{i\neq j}^{n} l_i l_j \rho_{ij}\sigma_c^2\right]$$
$$= \lim_{n\to\infty}\left[R^2L^2\left\{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i}{n}\right)^2 + \sum_{i\neq j}^{n}\frac{a_i a_j}{n^2}\rho_{ij}\right\}\sigma_c^2\right]$$
$$\leq \lim_{n\to\infty} R^2L^2\sigma_c^2\left\{\frac{b^2}{n} + \frac{b^2}{n}\right\} = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

となり，$V[F_s]=0$ であるから $E[F_s] = R(\sum_{i=1}^{n} l_i)u_c$ は，u_c が既知のときは確定値で，$V = v$ の場合と同じ結果になる。ただし，この場合はサンプリング個数によって u_c の推定精度が左右される意味で，確定値とはならない。

(3) $V > v$ の場合；(3)，(4)式がそのまま成り立ち，u_c が既知であっても現象は確率現象となる。

4. シミュレーションによる検討

4－1；盛土の破壊確率．図－1のように対象とする地盤を小さなメッシュに切り，これに正規乱数を割り当てて $F_s = R\sum_{i=1}^{n} l_i C_{ui}/M_0$ を計算し，$F_s \leq 1.0$ のケースだけを取り出して全ケースへの割合いを求め破壊確率とした。メッシュの大きさを種々に変化させて P_f の変化を調べたのが図－2である。この結果から，普通の一軸圧縮試験の供試体の大きさを v^* とすると $v^*/V = 0.000216$ となり，無限に多くの試験をしたとしても P_f は90%程度と考えなければならないことがわかる。（図-2で○印が，この点にあたる）

4－2；すべり面の生起確率（x_0, y_0, R）を固定することによって，あるすべり面を固定し，このすべり面上に C_u を割り当てて，この面で $F_s \leq 1.0$ を生じる割合を求めると，この値がすべり面(x_0, y_0, R)での破壊確率（すなわち，すべり面位置の）生起確率となる．計算結果の一例を示せば図－3のようになり，すべり面の位置によって破壊が発生する可能性は大きく変化することがわかる。

5. 参考文献

1) Wu.T.H and Kraft.L.M (The Probability of Foundation Safety) '67.
2) Meyerhot.G.G. (Safety factors in Soil Mechanics) '70
3) 松尾稔，黒田勝彦（盛土建設のための土質調査の安全性に関する研究）土木学会論文報告集 '71.

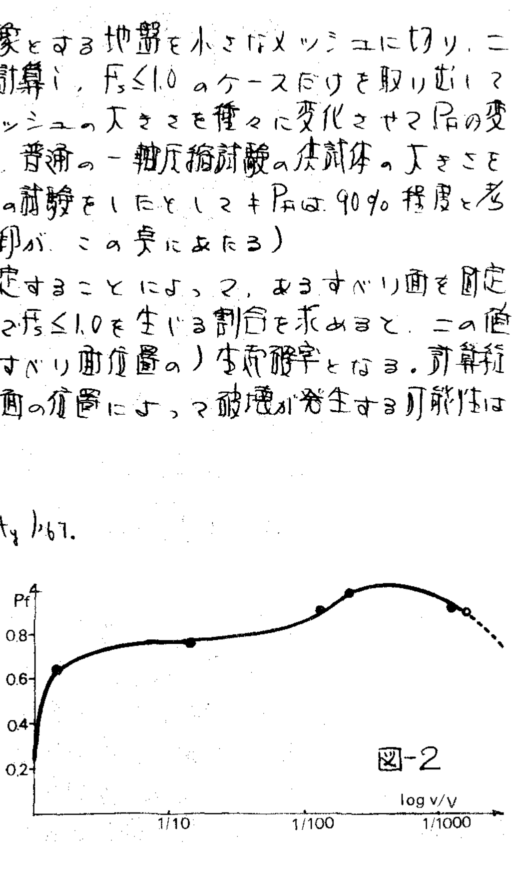

図-2

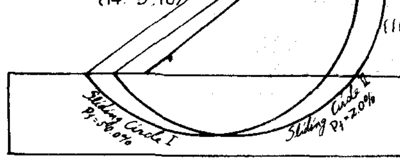

図-3