

神戸大学工学部 正員 桜井春輔
○神戸大学大学院 学生員 山本佳顕

1はじめに 著者の一人は先にトンネル等の地中構造物に作用する圧力の一計算法の提案をおこなった。⁽¹⁾ その方法によれば地山を三要素モデルで表わされる粘弾性体としてゐるが、時間を考慮することなく構造物に作用する最大圧力を、弾性論的に求めることができる。ここでは正方形および楕円形トンネルに対して、その方法を的を用して覆工に作用する圧力の解析を試みた。

2解析モデル および仮定 二次元平面歪み状態を仮定し、地山のせん断変形に対して、図-1に示す三要素モデルを適用する。ただしポアソン比は時間に無関係に一定とする。覆工は剛体で、トンネル掘削と同時に構築するものとする。

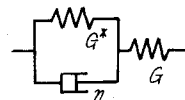


図 1

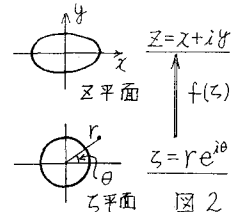


図 2

3基礎方程式 写像関数 $f(z)$ を用いて、 z 平面内の孔の外部領域を、 ζ 平面内の単位円の外部領域に写像することができる。圧力および変位は、関数 $F(\zeta)$ 、 $\chi'(\zeta)$ を用いて次式で表わされる。なを E 、 ν は地山のヤング率、ポアソン比である。図2にまところの関係を示す。

$$I_1 = u_x + v_y = 4 \operatorname{Re} \left\{ F(\zeta) / f'(\zeta) \right\}, \quad I_2 = u_x - v_y + 2i u_y = \frac{2}{[f'(\zeta)]^2} \left\{ \bar{F}(\bar{\zeta}) [F(\zeta)f'(\zeta) - F(\zeta)f'(\zeta)] + \chi'(\zeta)f'(\zeta) - \chi'(\zeta)f'(\zeta) \right\}$$

$$u_x + i u_y = E_1 F(\zeta) - E_2 \frac{1}{f'(\zeta)} [f(\zeta) \bar{F}(\bar{\zeta}) + \bar{\chi}'(\bar{\zeta})] \quad E_1 = (3-4\nu)(1+\nu)/E, \quad E_2 = (1+\nu)/E$$

図2における境界条件は、上式を用いて次のように表わされる。

【無限遠】…… $I_1 = -\rho, \quad I_2 = \rho e^{2i\theta} \quad (1) (2)$

【境界上】…… $\bar{F}(\bar{\zeta})F(\zeta) + f(\zeta)\bar{F}(\bar{\zeta}) + \bar{\chi}'(\bar{\zeta}) = 0 \quad (3)$

4正方形トンネル覆工に作用する応力。(図3)

写像関数は次式で与えられる。 $f(z) = R(\zeta + \frac{1}{\zeta}) \quad (4)$

覆工に作用する圧力は次の手順で求められる。(A)初期応力の作用する粘弾性地山に、トンネルを掘削したことによって生じる変位を、せん断弾性係数が G^* の弾性体として求める。(B) (A)で求めた、トンネル周辺での変位を、逆方向に作用させて、圧力を求める。この場合はせん断弾性係数が $G \cdot G^* / (G + G^*)$ の弾性体として解く。この圧力が覆工に作用する圧力となる。

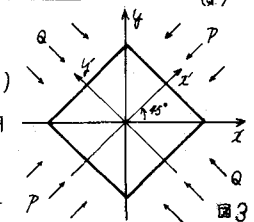


図 3

境界条件(1)(2)を考慮して (A)・(B)の演算を行なう。 $F(\zeta)$ 、 $\chi'(\zeta)$ は次のようになる。

$$F(\zeta) = \left(\frac{3}{2} \zeta^2 - \frac{1}{4} \zeta^4 \right) (1 - E_1/E), \quad \chi'(\zeta) = \left(\frac{13}{24} R^2 \rho + B_1 \right) \zeta^2 + \left(B_4 - \frac{8}{3} R^2 \rho \right) i \zeta^4 + B_5 \zeta^6 + \left(B_3 - \frac{7}{24} R^2 \rho \right) i \zeta^8 \quad (5)$$

$$E = 2G^*(1+\nu), \quad E_1 = (3-4\nu)(1+\nu)/E, \quad E_2 = (1+\nu)/E, \quad D_1 = \frac{R^2}{24} (E_1 + 12E_2), \quad D_2 = \frac{R^2}{12} (6E_1 - E_2), \quad D_3 = \frac{R^2}{42} (9E_1 - 2E_2)$$

$$D_4 = \frac{R^2}{12} E_1, \quad D_5 = -\frac{R^2}{4} E_2, \quad D_6 = \frac{R^2}{24} E_2, \quad E_2 = \frac{2G \cdot G^*}{G + G^*} (1+\nu), \quad E_{11} = (3-4\nu)(1+\nu)/E_1, \quad E_{12} = (1+\nu)/E_1$$

$$B_2 = \frac{R}{E_{12}} (D_1 + \frac{E_{11} - E_{12}}{2E_{11}} D_4), \quad B_4 = \frac{3R}{E_{12}} (D_2 + \frac{E_{11} + 2E_{12}}{6E_{11} - E_{12}} D_2) i, \quad B_5 = \frac{5}{E_{12}} (3RD_3 \frac{E_{11}}{E_{11}} - RD_3), \quad B_7 = 7RD_6 \frac{1}{E_{12}} i$$

覆工に作用する接線方向圧力 σ_θ 、法線方向力 σ_R 、せん断力 $\tau_{R\theta}$ は(5)を次式に代入して得られる。

$$\sigma_R + \sigma_\theta = 4 \operatorname{Re} \{ f'(\zeta) / f'(\zeta) \}, \quad \sigma_R + i \tau_{R\theta} = \operatorname{Re} \left\{ F(\zeta) / f'(\zeta) \right\} - \left[\frac{f(\zeta)}{f'(\zeta)} \frac{d}{d\zeta} \left\{ \frac{F(\zeta)}{f'(\zeta)} \right\} + \frac{\bar{\chi}'(\bar{\zeta})}{f'(\zeta)} \right] \frac{\bar{z} f'(\bar{\zeta})}{2f'(\zeta)} \quad (6)$$

図3の場合は、上の(5,6)を $(P, \frac{\pi}{4})$ と $(Q, \frac{3\pi}{4})$ で求め、加え合せばよい。

5 楕円形トンネル覆工に作用する圧力 (図4)

写像関数は次式で与えられる, $f(z) = c(z + m^2)$,

$$\begin{cases} C = \frac{a+b}{2} \\ m = \frac{a-b}{a+b} \end{cases} \quad (7)$$

4と同様にして $f(z)$, $\chi^0(z)$ は次の様に決定できる。

$$f(z) = (A_2 + A_2')z^2, \quad \chi^0(z) = B_0 + (B_2 + B_2')z^2 + (B_4 + B_4')z^4 \quad (8)$$

$$A_2 = \frac{CS}{2}(m - e^{2i\theta}), \quad B_0 = \frac{-C^2 S}{2}(e^{2i\theta} + i), \quad B_2 = \frac{C^2 S}{2}(1 + m^2 - 2m \cos 2\theta), \quad B_4 = \frac{-3C^2 S}{2}(mi + e^{2i\theta})$$

$$D_1 = mC(\bar{E}_1 A_2 - \bar{E}_2 A_2') + \bar{E}_2 B_2, \quad D_2 = -(\bar{E}_1 C A_2 + \bar{E}_2 B_0), \quad D_3 = -\bar{E}_2(C A_2' - \frac{\bar{B}_2}{2}), \quad A_2' = \frac{D_2}{\bar{E}_1 C},$$

$$B_2' = \{m(\frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} D_2 - \bar{D}_2) - \bar{D}_1\} / \bar{E}_2, \quad B_4 = \frac{3}{\bar{E}_2} \{ \frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} D_3 - \bar{D}_3 \}$$

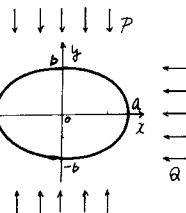


図4

よ、て覆工に作用する圧力は、(8)を(6)に代入し、 $(P, \frac{\pi}{2})$, $(Q, 0)$ の場合を加えて求められる。

6 数値計算結果 ここでは $Q/P = 0.5$ の時の G^*/G の変化に対する、覆工作用圧力の変化を示す。図5.6によって覆工隅角部に応力集中が生じ、その値は遅延せん断弾性定数に大きく影響されることがわかる。図において縦軸は覆工周辺の位置で、横軸は応力である。

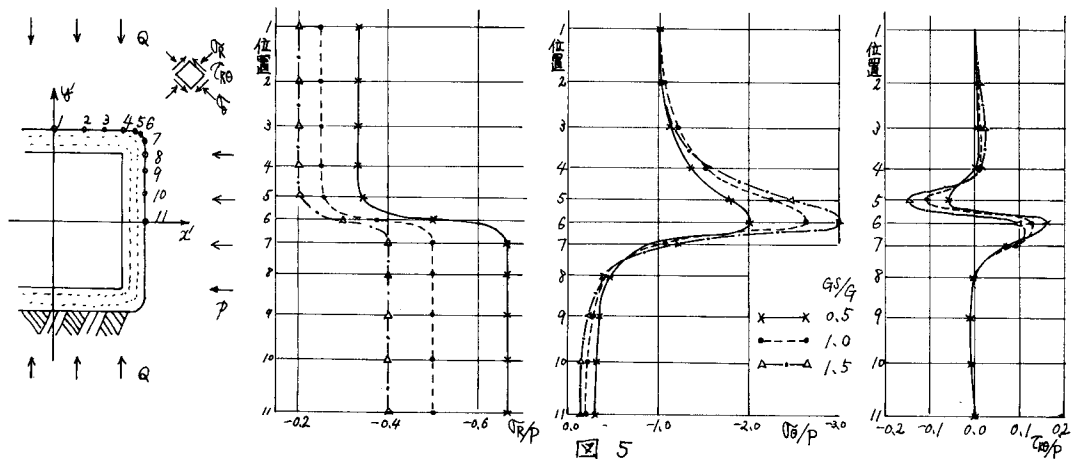


図5

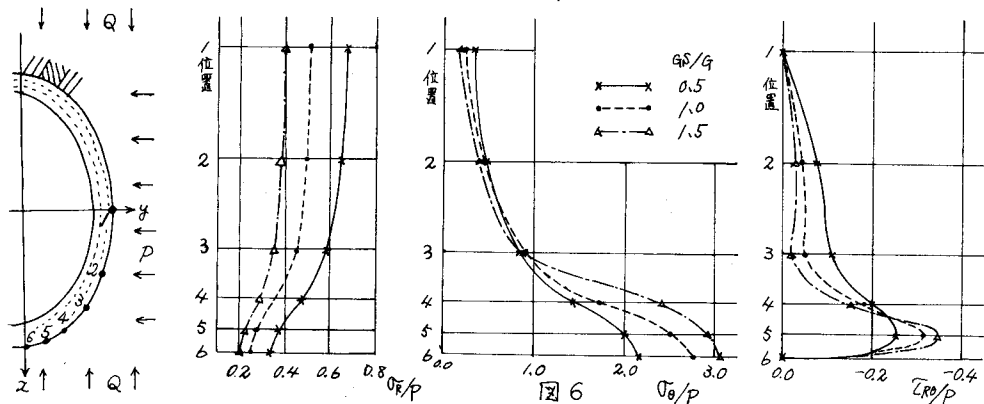


図6

7 あとがき ここでは、変形断面トンネルとして、正方形と楕円のみを考えたが、写像関数を適当に定めることによって、あらゆる形状のトンネル覆工に作用する圧力を求めることができる。

8 参考文献 (1) 桜井春輔・吉村佳映 「粘弾性地盤内の構造物に作用する圧力の計算法」 土木学会論文集 No.218