円錐角をもつ杭の支持力について（その４）

名城大学理工学部　正会員　柴田道生
名城大学理工学部　正会員○阿河武志

（１）　まえがき

(その３)においては、波形がくづれないものとして、杭本体と杭先端部を分離し上昇波、下降波から歪、応力を求める方程式を誘導したものである。今回は、それを用いて、加速度を求めたのが、この論文である。

（２）　応力波の方程式

杭本体の程程式　$\frac{d^2u_1}{dt^2} = a^2\frac{d^2u_1}{dx^2}$　$u_1 = f_1(at - x) + f_2(at + x)$ ---(1)

杭円錐部の方程式　$\frac{d^2u_2}{dt^2} = a^2\left(\frac{d^2u_2}{dx^2} + 2n\frac{du_2}{dx}\right)$,　$u_2 = \frac{1}{2}e^{-nx}\left\{F_1(at - x) + F_2(at + x)\right\}$ --(2)

但し、f_1、f_2 は本体の上昇波、下降波、F_1、F_2 は先端部の上昇波、下降波

$n = \frac{1}{2l_0}\mathrm{Log}\frac{s_1}{s_2}$（形状率）、$l_1$= 円錐部の長さ、$s_1, s_2$=円錐部の上，下の断面積

$C^2 = \frac{Eg}{r}$=伝播速度

図－１に示す如に、杭が地盤に貫入する時、f とＲの抵抗を受ける。然し、打撃貫入では、f はほとんど働かないと考えてよい。いま、杭頭に与えられる打撃力をＰとすると、杭が地盤に貫入することはＰ＞Ｒの場合である。ここでＦ＝Ｐ－Ｒとする。

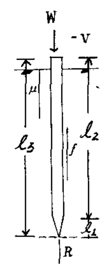

Fig - 1

αを杭先端部の剪断貫入時の加速度とすると

$$F = m\alpha = m\frac{d^2u}{dt^2} \quad \text{----------(3)}$$

但し、m＝杭の質量、即つ、$m = \frac{Arl}{g}$　f＝杭周面摩擦抵抗力

Ｒ＝杭先端抵抗力、$Ar\gamma$=杭の重さ、u＝変位

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{F}{m} \quad \text{----------(4)}$$

（４）式を積分して　$\frac{du}{dt} = \frac{F}{m}t + C$ ----------(5)

（５）式を積分して　$u = \frac{F}{2m}t^2 + C_1t + C_2$ ----------(6)

然るに　$(t)_{t=0} = \left(\frac{du}{dt}\right)_{t=0} = 0$,　$C_1 = 0, C_2 = 0$, -------(7)

故に　$u = \frac{F}{2mt^2}$ ----------(8)

（８）式において、u＝一定とすると、t が小さいとＦは大となり、t が大きいとＦは小となる。即ち、t が小さいことは貫入量が大きく、t が大きいことは貫入量小さいことを意味している。（１）、（２）式に $at + l_{1,2} = z$ とおくと $x = 0$ で $at = z$ とおくと　従って、$u = f_1(z) + f_2(z) + \frac{1}{2}\left\{F_1(z) + F_2(z)\right\}e^{-nx}$ ------(9)

所が（９）式の $f_2(z)_{x=l_2}$, $F_2(z)_{x=l_1}$, $f_1(z)_{x=l_3} = F_1(z)_{x=l_3}$　前回の値を用いると

$$f_2(z) = \frac{ml_2v}{a}\left(e^{-\frac{z-l_2}{ml_2}} - 1\right) \quad \text{-----(10)}$$

$$F_2(z) = \frac{m'l_1v'}{a}e^{-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_1})(z-l_1)}{2m'l_1}} \quad \text{-----------(11)}$$

$$f_1(z) = F_1(z) = \frac{m'l_3v'}{a}\left(-1 + \frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})^2}{4(d + m'l_3n)}\right)e^{\frac{(i\sqrt{i+4nm'l_3})(z-l_3)}{2ml_3}} - e^{-(K+n)(z-l_3)} \quad \text{-----------(12)}$$

よって、(1o) ～(12) 式を (9) 式に代入すると

$$u = \frac{ml_2 v}{a}\left(e^{\frac{z-l_2}{ml_2}}-1\right)+\frac{m'l_1 v'}{a'}e^{-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_1})(z-l_1)}{2ml_1}}+\frac{m'l_3 v'}{a'}\left\{-1+\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})^2}{4(d'+m'l_3 n)}\right\}$$
$$\left\{e^{-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})(z-l_3)}{2ml_3}}-e^{-(k+n)(z-l_3)}\right\} \quad \text{-----------} (13)$$

但し $i = e^{-nl_1}$

最初の下降波が先端に達する時間 t は $t=\frac{l}{a}2.1$、(13)式を代入すると

$$u = mvt\left(e^{-\frac{at-l_2}{ml_2}}-1\right)+m'v't\, e^{-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_1})(at-l_1)}{2m'l_1}}+m'v't\left\{-1+\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})^2}{4(d'+m'l_3 n)}\right\}$$
$$\left\{e^{-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})(at-l_3)}{2m'l_3}}-e^{-(k+n)(at-l_3)}\right\} \quad \text{-----------} (14)$$

(14)式を t について微分すると

$$\frac{du}{dt} = \left(e^{-\frac{at-l_2}{ml_2}}-1\right)\left(mv-\frac{avt}{l_2}\right)-e^{\frac{(i-\sqrt{i+4nml_1})(at-l_1)}{2ml_1}}\left(-mv+\frac{(i-\sqrt{i+4nml_1})avt}{2ml_1}\right.$$
$$+mv\left\{-1+\frac{(i-\sqrt{i+4nml_3})^2}{4(d+ml_3 n)}\right\}\left\{e^{-\frac{(i-\sqrt{i+4nml_3})(at-l_3)}{2ml_3}} e^{-(k+n)(at-l_3)}\right\}$$
$$+mvt\left\{-1+\frac{(i-\sqrt{i+4nml_3})^2}{4(d+ml_3 n)}\right\}\left\{\frac{a(i-\sqrt{i+4nml_3})}{2ml_3}e^{-\frac{(i+\sqrt{i+4nml_3})(at+l_3)}{2ml_3}}\right.$$
$$\left.+a(k+n)e^{-(k+n)(at-L_3)}\right\} \quad \text{------------} (15)$$

更に、(15)式を t について微分すると

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{2av}{l_2}\left(e^{-\frac{at-l_2}{ml_2}}-1\right)-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_1})av'}{l_1}e^{-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_1})(at-l_1)}{2m'l_1}}$$
$$+\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_1})av't}{4l_1m'}+2m'v'\left\{-1+\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})^2}{4(d'+ml_3 n)}\right\}\left\{-\frac{a(i-\sqrt{i+4nm'l_3})}{2ml_3}e^{-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})(at-l_3)}{2m'l_3}}\right.$$
$$\left.+a(k+n)e^{-(k+n)(at-l_3)}\right\}+m'v't\left\{-1+\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})^2}{4(d'+ml_3 n)}\right\}\left\{-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})^2a^2}{4m_2'l_3}\right.$$
$$\left.e^{\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})(at-l)}{2m'l_3}}+a^2(k+n)^2e^{-(k+n)(at-l_3)}\right\} \quad \text{---------} (16)$$

即ち、(16)式を用いて時間の経過における加速度を算定することができる。

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\frac{2av}{l_2}-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_1})av'}{l_1}+\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_1})^2a'v'}{4l_1m'}+2m'v'\left\{-1+\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})^2}{4(d'+ml_3 n)}\right\}$$
$$\left\{-\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})}{2m'l_3}+a'(k+n)\right\}+\frac{m'tv'l_3}{a}\left\{-1+\frac{(i-\sqrt{i+4nm'l_3})^2}{4(d'+m'l_3 n)}\right\}\left\{\frac{a'^2(i-\sqrt{i+4nm'l_3})}{4m_2'l_3}\right.$$
$$\left.+a'^2(k+n)^2\right\} \quad \text{-----------} (17)$$

(1), $t=\frac{1}{a}$ では (16)式に代入すると、(17)式になる。（但し $v=ak$ ）
同様にして、$t=\frac{2l_3}{a}$～$t=\frac{5l_3}{a}$を(16)式に代入して、円錐角をもつ杭の加速度を求めることができる。

参考文献

円錐角をもつ杭の支持力　（その３）、S、４８、中部支部、柴田　、阿河