

差分近似の逐次計算による非定常浸透流の解析

京都大学工学部 正員 ○花崎紘一
京都大学工学部 伊藤一郎

1. まえがき

非定常浸透流の一解法として、ダルシーの法則などにおける微分項を格子座標に変換した差分によって表示し、時間を微小時間ずつ増分しながら逐次水圧や流量などを計算してゆくという方法の確立を試み、2, 3の例についてその妥当性を検討した。

2. 解法の概略

計算方法： 図1に示す流れ図のように(1)~(5)の式を利用して、時間を増分しながら逐次それぞれの値を計算するものである。直角座標(x-y-z座標)における浸透流の基本式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} g_x &= -\lambda_x \frac{\partial P}{\partial x} \cdots \cdots (1) & g_y &= -\lambda_y \frac{\partial P}{\partial y} \cdots \cdots (2) & g_z &= -\lambda_z \frac{\partial P}{\partial z} \cdots \cdots (3) \\ \frac{\partial P}{\partial t} &= -\frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial g_x}{\partial x} + \frac{\partial g_y}{\partial y} + \frac{\partial g_z}{\partial z} \right) \cdots \cdots (4) & P &= \int \frac{\partial P}{\partial t} dt \cdots \cdots (5) \end{aligned}$$

ただし、 g_x, g_y, g_z および $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ はそれぞれの方向の流速および浸透係数、 β は貯留係数、 t は時間であり、 P は後述するように重力場での解析が容易になるように水圧として扱う。したがって、重力場の問題では位置ポテンシャルの差を重力方向の水圧の差に加える必要がある。さて、これらの式を差分で表示して各左辺の値を求めるわけであるが複雑な形状のモデルについても解析可能にするため、モデルに格子座標(k-l-m座標)を設定して差分表示はすべてこの格子座標で行なうようにする。したがって、つぎに示す任意の関数Fについての座標変換の公式を使う。

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{1}{J} \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial k} \frac{\partial y}{\partial k} \frac{\partial z}{\partial k} \\ \frac{\partial F}{\partial l} \frac{\partial y}{\partial l} \frac{\partial z}{\partial l} \\ \frac{\partial F}{\partial m} \frac{\partial y}{\partial m} \frac{\partial z}{\partial m} \end{vmatrix} \quad J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial k} \frac{\partial y}{\partial k} \frac{\partial z}{\partial k} \\ \frac{\partial x}{\partial l} \frac{\partial y}{\partial l} \frac{\partial z}{\partial l} \\ \frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial y}{\partial m} \frac{\partial z}{\partial m} \end{vmatrix}$$

$\frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}$ についても同様である。

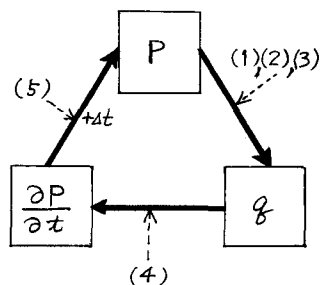
初期条件： すべての格子要素の値を $t=0$ における値を代入しておく。なお図1の流れ図はループ状になっているので、どの部分の計算からでも始めることができる。

境界条件： モデルの境界面にあたる格子要素の値を与えられた条件に合致するように強制的に修正して次のステップの計算に移る。

重力場： 位置ポテンシャル差の存在する場合には、その差を水圧差に加えないければならないが、多少の工夫をしないと水の無いところから水が流れるという矛盾が生じる。

3. 計算例

自由水面を有する浸透流問題について、多くの先達がすでに行なわれている差分法や有



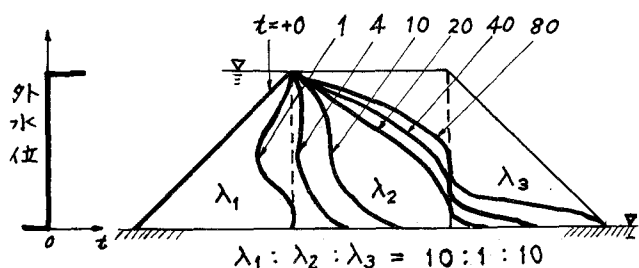
← 計算の流れ
--- 数式の利用

図1 フローチャート

限要素法あるいは厳密解法による解析例と同じモデルについて、比較のため二次元流（ y 方向には流れないという条件を与える）の計算を行なった。オ2図～オ4図はその結果の一部であり、図は $x-z$ 平面上的浸潤前線の経時変化を示している（詳しい条件は省略）。

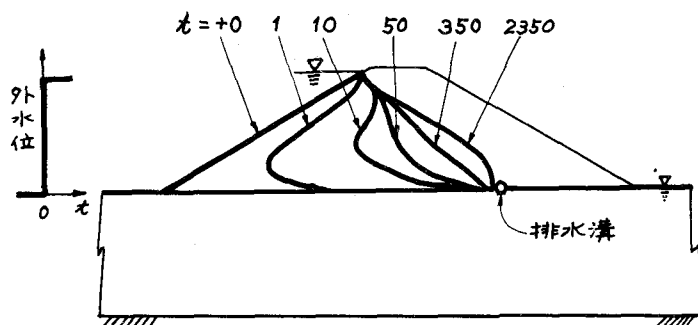
4. あとがき

オ2図～オ4図の各図に示した参考文献を参照して、ここで得た結果がほぼ妥当であることを確かめた。なお、この解法の特徴は複雑な形状のしかも不均質、異方性、非線形な材質のモデルについても解析が容易に可能であることであるが、問題点としては、解の精度や安定性および計算にかかる経量の経済性などが挙げられ、今後これらの点の検討が問題として残っている。



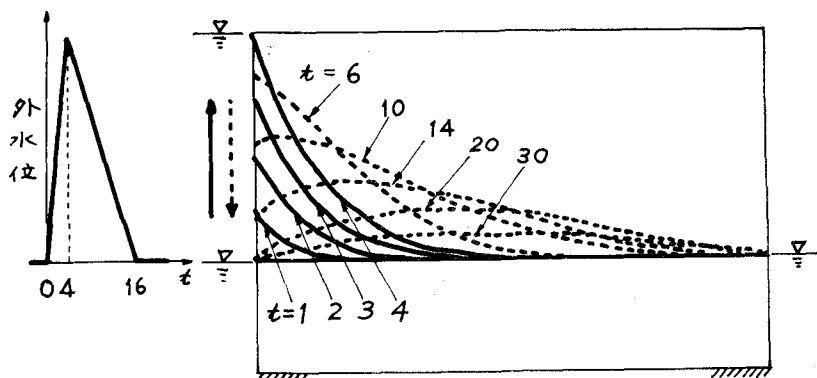
オ2図 異質層を有するアースダムの外水位のステップ上昇による浸潤前線の変化
(参考文献)

中沢：京大大学院（資源工学）修士論文，昭48.3



オ3図 排水溝を有するアースダムの外水位のステップ上昇による浸潤前線の変化
(参考文献)

Shaw and Southwell;
Proc. Roy. Soc., v-178, A,
p.1 (1941)



オ4図 長方形堤の外水位の三角状変化による浸潤前線の変化
(参考文献)

赤井，宇野：
土木学会論文集，
127号，14頁，
昭41.3