

地下水の2層流問題の有限要素解析

京都大学工学部 正員 河野伊一郎

1. はしがき

地下水の2層流問題の代表的なものは海岸地下水における塩水クサビの侵入にみることができ。この問題は、異った比重と粘性とを有する2種類の浸透流体の平衡問題であり、特殊なケースとして、不圧地下水の自由地下水面もこれに含めて考えることができよう。

従来、これらの問題の多くは複素関数論にもとづくポテンシャル法によって解かれたが、いずれも境界の形や境界条件が比較的単純なものに限定されることはやむをえなかった。これに対して本文では、最近浸透問題の解法としてしばしば用いられるようになった有限要素法を用いて解析することを試み、定常状態における塩水クサビの一解析例を示す。

2. 2層浸透流の境界面の平衡式

Fig.1 に示すような海岸地下水における淡水-塩水領域の境界面について考えてみる。周知のように淡水、塩水それぞれの領域内の水頭 y_f, y_s は次式(1)で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} y_f &= Z_f + P_f / \gamma_f \\ y_s &= Z_s + P_s / \gamma_s \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

ここに、 Z は基準面よりの高さ、 P は水圧、 γ は単位体積重量であり、サフィックス f, s はそれぞれ淡水、塩水を意味している。

淡水-塩水が画一面で接していると仮定する(実際には transition zone が存在する)と、この境界面上では両者の水圧は等しく、

$$P_f = P_s : \text{on interface} \text{----- (2)}$$

式(1), (2) より $Z_f = Z_s$ とおくと境界面上で、

$$Z^* = \frac{\gamma_s y_s - \gamma_f y_f}{\gamma_s - \gamma_f} \quad (\gamma_s \neq \gamma_f) \text{----- (3)}$$

となる。ここに Z^* は境界面の基準面からの高さである。いま、塩水は静止し、淡水のみが流動している、いわゆる定常浸透流を考えると y_s は一定であり、したがって式(3)は式(4)のように定数 C_1, C_2 を用いて表わされる。

$$y_f = C_1 Z^* + C_2, \quad C_1 = \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f}, \quad C_2 = \frac{\gamma_s}{\gamma_f} y_s \text{----- (4)}$$

また、不圧地下水の自由地下水面は、淡水と空気領域の境界面と考え、式(4)の γ_s の代りに空気の単位体積重量 $\gamma_a \approx 0$ を代入すると、 $y_f = Z^*$ となり、よく知られた自由地下水面上で満足すべき関係式が得られる。すなわち、不圧地下水の自由地下水面も2層流の特殊なケースとして取り扱うことができることがわかる。

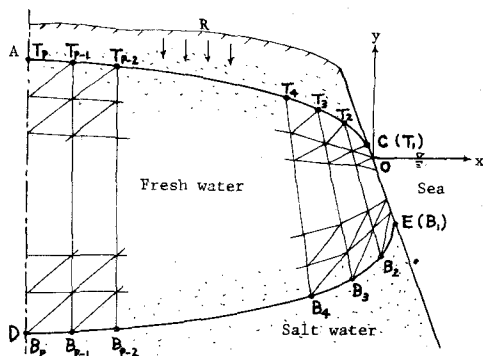


Fig. 1 Coastal groundwater flow

3. 有限要素解析の手法

浸透流の有限要素解析の手法についてはすでいくつか発表されている¹⁾ので、ここでは境界面の決定の手順のみを述べる。境界面(自由地下水面を含む)は最初には適当に仮定する。その境界面を不透水境界(文献1)における S_2 型境界)として淡水領域内および境界上での水頭を有限要素による数値計算によって求める。境界面上の nodes の y_f の計算値を式(3)に代入して Z^* を計算する。(自由地下水面の場合には $Z^* = y_f$ である) 最初に仮定した境界面の位置 Z と上の Z^* とを比較し、平均値 $(Z + Z^*)/2$ を新たな境界面の位置とする。すなわち、境界面の仮定をより正しい位置に移して再び計算をくりかえす。前段階で仮定した境界面の位置 (Z) と計算値 (Z^*) が許容値限度内に収め入するまで同様な計算手順をくり返す。上記の操作は計算プログラム内で自動的に行なわれることが好ましく、そのためには境界面上の nodes を一定の法則に従って上下移動させるべきである。たとえば、最初に $T_i - B_i$ (Fig.1 参照) の勾配を決めておいて、その直線上に沿って移動させる。なお、浸出泉 (Fig.1 の T_i, B_i) では y_f の計算ができないので別法によって決定しなければならない。外そう法による手法が文献1)に示されている。

4. 解析例

Fig.2 に海岸地下水の塩水クサビの有限要素解析例を示す。なお同図上の P 点(塩水クサビの先端)の決定は、淡水-塩水境界面の位置と Bed rock の位置の高低を比較して、境界面が Bed rock より低くなる最初のところをみつけて判定する方法をとっている。

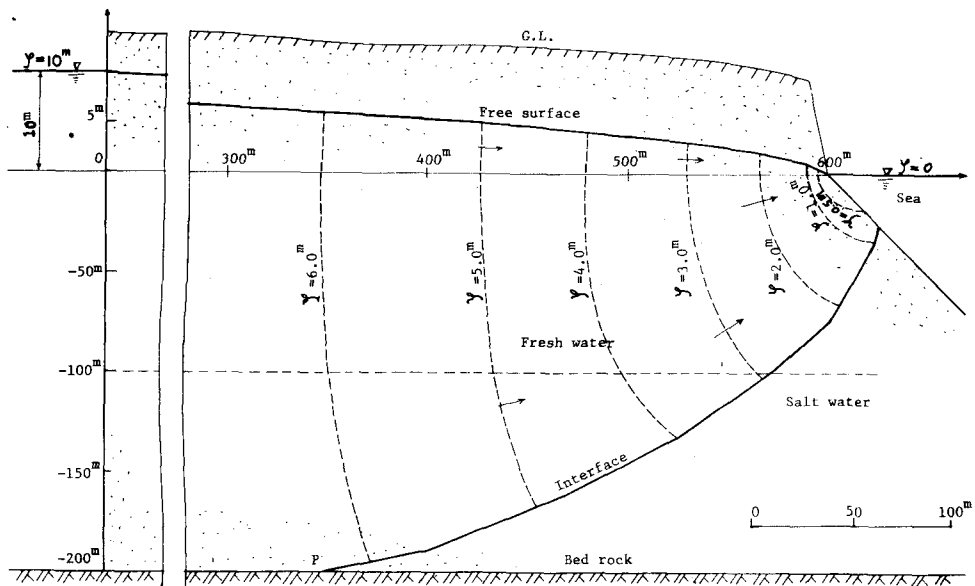


Fig. 2 Intrusion of salt water into a coastal unconfined aquifer

[参考文献] 1) 河野: 有限要素法による堤体浸透問題の解析, 土と基礎 Vol. 21, No. 8 PP. 13~19 (1972).