

砂の応力比一定試験について

京都大学防災研究所 正員 ○松岡 元

京都大学大学院 学生員 中井照夫

現在のところ、土質力学では圧密・せん断面現象を含む一般的な応力を受けた場合に生じるひずみは、便宜上圧密によるひずみとせん断（ダイレイタンス）によるひずみの重ね合せとして評価されている。3次元応力空間において土粒子が最も mobilize される応力面として空間モービライズド面（略称 SMP）なる概念を新たに提案して^{1),2)}いるが、圧密によるひずみが SMP 上の合応力 p の絶対値（図-1参照）に支配され、ダイレイタンスによるひずみが合応力 p と SMP の垂線とのなす角度、すなわちせん断・垂直応力比（ τ/σ_n ）によって支配されるものと考えた。ここでは、以上の考え方にもしばしば一般的な応力条件下の応力-ひずみ関係式を表現するとともに、特にいままでその挙動の説明が困難であった主応力比一定試験について計算結果を示す。

図-1において最大主応力面と $(45^\circ + \frac{\phi_{mob}}{2})$ （ここに $\phi_{mob} = \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)\}$ ）をなす面 AC が従来よりモービライズド面と呼ばれているものであり、土粒子が最も滑動する面であると考えられている。しかるに3主応力をうけている個々の粒子が滑動する方向は必ずしも σ_2 軸に平行ではなく、 σ_2 の影響をうけるものと思われる。そこで、他の2主応力軸間にも AB, BC なるモービライズド面を考慮して土粒子の3次元的な挙動を説明しようとした（複合モービライズド面の概念³⁾）。さらに、ここでは3個のモービライズド面 AB, BC, CA の合成面として応力面 ABC に着目し、これを空間モービライズド面（Spatial mobilized plane）と仮称した。この SMP 上で整理すれば、相異なる3主応力下の応力-ひずみ関係がユニークに規定されることが検証されている^{1),2)}。なお、この SMP の法線方向余弦 (a_1, a_2, a_3) は次のように表わされる。

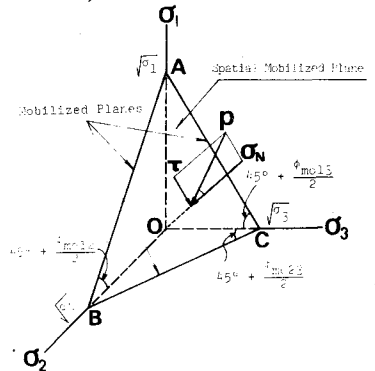


図-1 空間モービライズド面とその面上の作用応力

ここに、 J_1, J_2, J_3 は応力の1次、2次、3次の不変量である。 $J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$, $J_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1$, $J_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3$ ----- (2) なお、応力はすべて有効応力とする。

さて、図-1における合応力 p は次のように表現される。

$$\vec{p} = (\sigma_1 a_1, \sigma_2 a_2, \sigma_3 a_3) = \left(\sqrt{\frac{\sigma_1 J_3}{J_2}}, \sqrt{\frac{\sigma_2 J_3}{J_2}}, \sqrt{\frac{\sigma_3 J_3}{J_2}} \right) \text{ ----- (3)}$$

$p = \sqrt{\sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2} = \sqrt{\frac{J_1 J_3}{J_2}} \text{ ----- (4)}$
 さて、最初に述べたように圧密によるひずみが p の値によって支配されるものとし、応力比のあまり大きくない範囲では $p \cong \sigma_m (= \frac{1}{3} J_1)$ を考慮すれば、圧密による体積ひずみ $(\epsilon_v)_c$ の式として従来通りの関数形を用いて次式が成立する。

$$(\epsilon_v)_c = \frac{C_c}{1+e_i} \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \cong \frac{C_c}{1+e_i} \cdot \log_{10} \frac{p}{P_i} \text{ ----- (5)}$$

ここで、等方圧縮状態 ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) においては $(\epsilon_v)_c$ の各軸ひずみ $(\epsilon_1)_c, (\epsilon_2)_c, (\epsilon_3)_c$ への配分は等しいが、3主応力が異なるときは、 $(\epsilon_v)_c$ の $(\epsilon_1)_c, (\epsilon_2)_c, (\epsilon_3)_c$ への配分比は一般に異なると考えられる。その配分比

$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ を合応力 p の各主応力軸への成分の大きさの割合と考えれば, (3), (5) 式より次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} (\epsilon_1)_c &= \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot (\epsilon_v)_c = \frac{\sqrt{\sigma_1}}{\sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_3}} \cdot \frac{C_c}{1 + e_i} \cdot \log_{10} \frac{P}{P_i} \\ (\epsilon_2)_c &= \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot (\epsilon_v)_c = \frac{\sqrt{\sigma_2}}{\sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_3}} \cdot \frac{C_c}{1 + e_i} \cdot \log_{10} \frac{P}{P_i} \\ (\epsilon_3)_c &= \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot (\epsilon_v)_c = \frac{\sqrt{\sigma_3}}{\sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_3}} \cdot \frac{C_c}{1 + e_i} \cdot \log_{10} \frac{P}{P_i} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

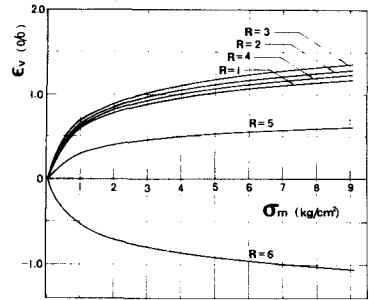


図-2 主応力比 R 一定試験における体積ひずみ ϵ_v ~ 平均主応力 σ_m 関係の計算結果.

ここに, C_c は圧縮指数, e_i は初期間隙比, P_i は初期の P である.
一方, ダイレイタンスーによるひずみ $(\epsilon_1)_d, (\epsilon_2)_d, (\epsilon_3)_d$ は次のように表わされる (F_1, F_2, F_3 の関数形の詳細は紙面の都合で省略するが, 文献 1), 2) を参照されたい).

$$\left. \begin{aligned} (\epsilon_1)_d &= \gamma_0 \cdot F_1(\tau/\sigma_N) \\ (\epsilon_2)_d &= \gamma_0 \cdot F_2(\tau/\sigma_N) \\ (\epsilon_3)_d &= \gamma_0 \cdot F_3(\tau/\sigma_N) \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

ここに, τ/σ_N は SMP 上のせん断・垂直応力比であり, γ_0 は粒子構造を評価するパラメーターで, σ_m (もしくは P) の増加に対しては K_0 -圧密状態を満足するという条件より次式で表わされる.

$$\gamma_0 = \gamma_{0i} + k \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \cong \gamma_{0i} + k \cdot \log_{10} \frac{P}{P_i} \dots (8)$$

ここに, γ_{0i} は初期状態における γ_0 , k は試料によて異なる係数である. 以上の (6), (7), (8) 式より一般的な応力下の主ひずみは, 圧密によるひずみとダイレイタンスーによるひずみの重ね合せを認めれば次式で表わされる.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{\sqrt{\sigma_1}}{\sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_3}} \cdot \frac{C_c}{1 + e_i} \cdot \log_{10} \frac{P}{P_i} + (\gamma_{0i} + k \cdot \log_{10} \frac{P}{P_i}) \cdot F_1(\tau/\sigma_N) \\ \epsilon_2 &= \frac{\sqrt{\sigma_2}}{\sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_3}} \cdot \frac{C_c}{1 + e_i} \cdot \log_{10} \frac{P}{P_i} + (\gamma_{0i} + k \cdot \log_{10} \frac{P}{P_i}) \cdot F_2(\tau/\sigma_N) \\ \epsilon_3 &= \frac{\sqrt{\sigma_3}}{\sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_3}} \cdot \frac{C_c}{1 + e_i} \cdot \log_{10} \frac{P}{P_i} + (\gamma_{0i} + k \cdot \log_{10} \frac{P}{P_i}) \cdot F_3(\tau/\sigma_N) \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

(9) 式にもとづいて, 主応力比 ($\sigma_1/\sigma_3 \equiv R$) 一定試験の応力-ひずみ関係を計算した結果を図-2, 3, 4 に示す. 計算に用いた係数値は $C_c = 0.01$, $e_i = 0.660$, $\sigma_{mi} = 0.1 \text{ kg/cm}^2$, $\gamma_{0i} = 0.01\%$, $k = 0.1\%$, $\lambda = 1.1$, $\mu = 0.25$, $\mu' = 0.44$ (λ, μ, μ' は関数 F_1, F_2, F_3 の中の係数) である. 図-2, 3, 4 の計算結果は El-Shoby の応力比一定試験の結果⁴⁾ とよく類似しているのがみられる.

参考文献 1) 松岡・中井: 多軸応力下の土の変形・強度特性, 京大防災研年報, 17号B, 昭49.4. 2) 松岡・中井: 相異なる3主応力下の土の応力-ひずみ関係と降伏条件, 第9回土質工学研究発表会, 昭49. 3) 松岡: 3主応力下の土の応力-ひずみ関係について, 京大防災研年報, 16号B, 昭48.4. 4) El-Shoby: Deformation of Sands under Constant Stress Ratios, Proc. 7th ICSMFE Vol. 1, 1969, pp. 111-119.

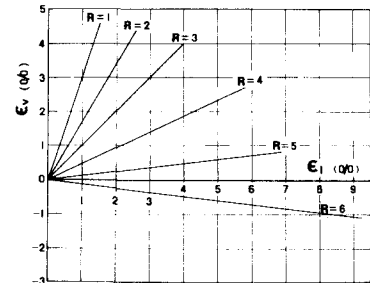


図-3 主応力比 R 一定試験における体積ひずみ ϵ_v ~ 最大主ひずみ ϵ_1 関係の計算結果.

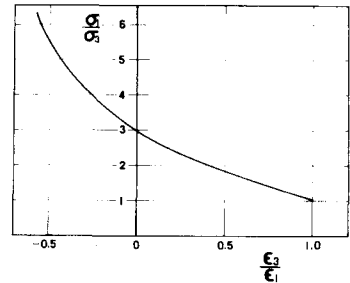


図-4 主応力比一定試験における $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_3/\epsilon_1$ 関係の計算結果.