

京都大学工学部 正員 酒井哲郎

京都大学大学院 ○学生員 山本方人

1. はじめに 一般に湾内での津波の挙動は, Miles and Munk (1961) に代表される湾水振動理論によって説明されているが, これらの理論では, 湾外での津波波形は定常な正弦波と仮定されている。しかしながら, 実際の湾外での津波波形は一般に一定の振幅を有する正弦波ではなく, 振幅が時間的に減衰する。したがって, ここでは, 津波を一次元の線形長波と仮定した西村ら(1934)の簡単なモデルを用いて, 入力波形が時間的に減衰する場合の湾内での津波の挙動を検討する。

2. 西村ら(1934)のモデル 図-1のように座標をとり, η を水位, z を工方向の水粒子の変化, $b(x)$ を湾幅, $h(x)$ を水深とすると, 運動方程式と連続式は次式のようになる。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = -g \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (1), \quad \frac{\partial}{\partial x} \{ b(x) h(x) \xi \} + b(x) \eta = 0 \quad (2)$$

初期条件は, $x=0$ で $\eta=0$, $\frac{\partial \eta}{\partial x}=0$ (3)

境界条件は, $x=h_1$ (湾口で) $\eta=f(x)$ (4), $x=h_2$ (湾奥で) $\frac{\partial \eta}{\partial x}=0$ (5)

(1), (2) 式を条件 (3), (4), (5) 式のもとで解くと, 長方形一様水深 ($h(x)=D$) の湾奥での水位は, 次式で与えられる。

$$\eta_{x=h_2} = \frac{4\sqrt{g}}{\sqrt{h_1}} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\lambda_s \sin\left(\frac{\lambda_s a}{\sqrt{h_1 D}}\right)}{\left\{ \frac{2\lambda_s}{\sqrt{h_1 D}} - \sin\left(\frac{\lambda_s a}{\sqrt{h_1 D}}\right) \right\}} \int_0^t f(s) \sin\left\{ \frac{\sqrt{g} \lambda_s}{\sqrt{h_1}} (t-s) \right\} ds, \quad \text{ここで } \lambda_s = (s - \frac{1}{2})\pi \frac{\sqrt{h_1 D}}{a} \quad (6)$$

ここで, g は重力加速度, a は湾長 ($h_2 - h_1$) である。

3. 湾口での津波波形 f が減衰振動型の場合 いま(6)式の f として, 次のような減衰振動型の津波波形を与える。

$$f = r \eta_0 e^{-\beta \frac{\sqrt{gD}}{a} t} \sin\left(\alpha \frac{\sqrt{gD}}{a} t\right) \quad (7)$$

ここで, α は無次元の周波数, β は減衰率, η_0 は振幅に相当する長さの次元を有する量。(7) 式を(6) 式に代入し, 右辺の積分を行うと, 結局この場合の湾奥での水位は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \eta_{x=h_2} = & r \eta_0 \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s+1} \left\{ \left\{ \frac{(s-\frac{1}{2})\pi + \alpha}{((s-\frac{1}{2})\pi + \alpha)^2 + \beta^2} + \frac{(s-\frac{1}{2})\pi - \alpha}{((s-\frac{1}{2})\pi - \alpha)^2 + \beta^2} \right\} e^{-\beta \frac{\sqrt{gD}}{a} t} \sin\left(\alpha \frac{\sqrt{gD}}{a} t\right) - \left\{ \frac{\beta}{((s-\frac{1}{2})\pi + \alpha)^2 + \beta^2} \right. \right. \\ & - \frac{\beta}{((s-\frac{1}{2})\pi - \alpha)^2 + \beta^2} \left. \right\} e^{-\beta \frac{\sqrt{gD}}{a} t} \cos\left(\alpha \frac{\sqrt{gD}}{a} t\right) + \left\{ \frac{(s-\frac{1}{2})\pi + \alpha}{((s-\frac{1}{2})\pi + \alpha)^2 + \beta^2} - \frac{(s-\frac{1}{2})\pi - \alpha}{((s-\frac{1}{2})\pi - \alpha)^2 + \beta^2} \right\} \sin\left\{ (s-\frac{1}{2})\pi \frac{\sqrt{gD}}{a} t \right\} \\ & + \left\{ \frac{\beta}{((s-\frac{1}{2})\pi + \alpha)^2 + \beta^2} - \frac{\beta}{((s-\frac{1}{2})\pi - \alpha)^2 + \beta^2} \right\} \cos\left\{ (s-\frac{1}{2})\pi \frac{\sqrt{gD}}{a} t \right\} \left. \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

上式からわかるように, 湾奥での水位の無次元量 $\eta_{x=h_2}/\eta_0$ は, 2つの無次元パラメータ α , β のみに依存する。(8) 式の右辺の第1, 第2項は湾口の津波による強制振動を表わし, 第3, 第4項は湾の自由振動を表わしている。今, 例として(7)および(8)式に $\beta=0.1$, $\alpha=\frac{\pi}{2}$ を代入して計算した, 湾口での津波波形 f と, 湾奥での水位 $\eta_{x=h_2}$ の時間的な変化を示したのが図-2, 3である。

4. 考察 図-2, 3で示したのは $\alpha=\frac{\pi}{2}$ の場合であるが, 一般に $\alpha=(s-\frac{1}{2})\pi$, $s=1, 2, 3, \dots$,

の場合は、津波の周期と湾の固有周期が一致して共振が生じ、他の場合よりも $\eta_{\max}/\eta_0$ の値が大きくなる。ここでは、特に共振の場合について考察してみる。共振しない場合は最大の $\eta_{\max}$ がオし波目で生じるのに対して、共振の場合は、 $\frac{\beta D}{\alpha}$ が増加するとともに増大して一定の振幅(定常状態)に達する傾向がある。また定常状態に到達するのに要する時間は β が小さいほど長い。実際図-3 の $\eta_{\max}$ は、 $\frac{\beta D}{\alpha}=80$ の付近で定常に達するが、同じ $d=\frac{1}{2}$ で $\beta=1.0$ の場合には $\frac{\beta D}{\alpha}=10$ 程度で定常に達する。今、 α, β の値による湾奥での水位の最大値 $\eta_{\max}$ の変化を示したものが図-4, 5 である。この場合、横軸に α をとり、 β をパラメータにとり、縦軸は $\eta_{\max}$ と湾口での水位の最大値 $\eta_{\max}$ で割ったものとしている。 $\frac{\eta_{\max}}{\eta_0}$ は定常な正弦波を入力とする場合の増幅率に相当するものである。図-4, 5 から明らかにように、 $\alpha=(S-\frac{1}{2})\pi, S=1, 2, 3, \dots$ で共振が生じている。しかし、共振時の増幅率は α にはあまり関係せず、 β によって大きく変化することからわかる。例えば $\alpha=\frac{\pi}{2}$ の場合、 $\beta=0.05$ では増幅率は 20

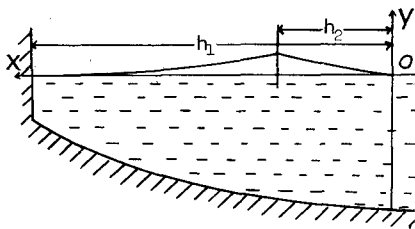


図-1 座標系

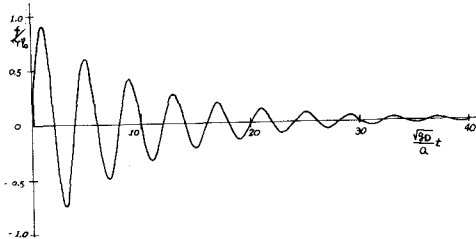


図-2 湾口津波波形の例 ($\alpha=\frac{1}{2}, \beta=0.1$)

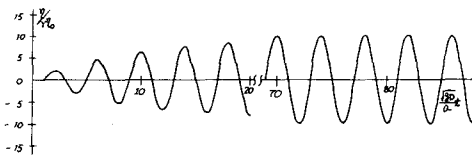


図-3 湾奥津波波形の例 ($\alpha=\frac{1}{2}, \beta=0.1$)

程度であるが、 $\beta=2.0$ では 2.0 であり、湾口での津波波形の減衰の割合が大きいほど同一の α に対する共振時のピークの値は小さい。また $\beta=2.0$ では共振現象は顕著には表われない、増幅率は α には無関係なほぼ一定の値をとる。ここで述べた湾奥での水位の増幅率に反する湾口での津波波形の減衰率の効果は、これまで量的には明らかにされてはなかつた点である。

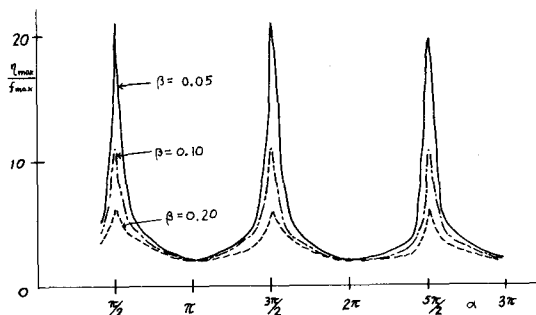


図-4 α, β と増幅率の関係 ($\beta=0.05, 0.10, 0.20$)

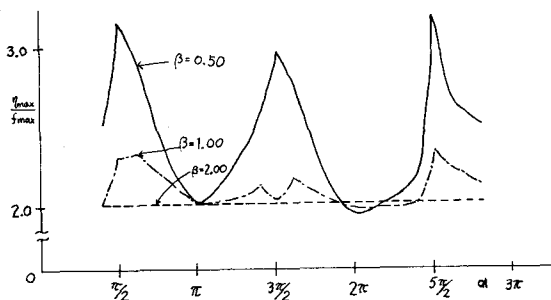


図-5 α, β と増幅率の関係 ($\beta=0.50, 1.00, 2.00$)

参考文献 Miles, J. and W. Munk (1961): Harbor paradox, Proc. ASCE, WW3, PP. 111~130.

Nishimura, G and K. Kanai (1934): The long wave in a bay of variable section (1), Bull. Earthquake Res. Inst, Supplementary Vol. 1, PP. 182~197.