

数値モデルによる長周期波の湾水振動に関する研究

京都大学工学部	正員	岩垣雄一
京都大学工学部	正員	酒井哲郎
大阪市役所	正員	○中村陽一

1. まえがき

従来、湾水振動についての研究は、理論と実験の両方から数多くなされている。しかし湾水振動の詳細な水理特性に関しては、十分明確であるとはいえない。たとえば、Ippen-Goda¹⁾の理論より、湾口付近の水理特性を知ることは、かなり困難である。そこで、本研究では、線形の長波に関する運動方程式と連続式にもとづいて、単純な矩形湾に対する差分化された数値モデルを解いて、湾口付近の水理特性を解明しようとするものである。

2. 数値モデルおよび差分式の特性

計算領域をFig. 1のように設定する。線形長波の運動方程式および連続式は次の通りである。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + h(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

ここで、 u, v はそれぞれ x, y 軸方向の水粒子速度成分、 η は静水面からの水位、 h は水深で一定、 g は重力加速度、 t は時刻を表わす。

(1) 式を $u^* = u/c$, $v^* = v/c$, $\eta^* = \eta/L$, $\tau^* = \tau/L$, $x^* = x/L$, $y^* = y/L$ で無次元化すると、

$$\frac{\partial u^*}{\partial \tau^*} + \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0, \quad \frac{\partial u^*}{\partial \tau^*} + \frac{\partial \eta^*}{\partial x^*} = 0, \quad \frac{\partial v^*}{\partial \tau^*} + \frac{\partial \eta^*}{\partial y^*} = 0 \quad (2)$$

となる。ここで、 $c = \sqrt{gh}$ は入射波の波速、 T は入射波の周期、 L は入射波の波長である。水位および水粒子速度の初期条件は、正弦波の入射波が湾軸と平行に入射するとし、水位が 0 から上昇する入射波の先端が湾口へ到達したときの時刻を $\tau = 0$ とすると、

$$\eta^* = -A \sin 2\pi y^*, \quad v^* = -A \sin 2\pi y^*, \quad u^* = 0; \quad y^* \leq L/2, \quad \eta^* = v^* = u^* = 0; \quad y^* \geq L/2$$

となる。ここで、 A は入射波の振幅である。また、沖側境界条件として、 $\eta^* = A \sin 2\pi x^*$ を与える。さらに、湾外岸壁、湾奥、湾内側壁および仮想境界壁での境界条件は、壁への直角方向の水粒子速度 = 0 で与える。

(2) 式を、伊藤ら²⁾がもちいた差分式と同じものを用いて差分化すると、

$$\eta_{i,j}^{n+1} = \eta_{i,j}^{n-1} - \alpha(u_{i+1/2,j}^n - u_{i-1/2,j}^n + v_{i,j+1/2}^n - v_{i,j-1/2}^n), \quad u_{i+1/2,j}^{n+1} = u_{i+1/2,j}^n - \alpha(\eta_{i,j+1}^{n+1} - \eta_{i,j}^{n+1}), \quad v_{i,j+1/2}^{n+1} = v_{i,j+1/2}^n - \alpha(\eta_{i,j+1}^{n+1} - \eta_{i,j}^{n+1}) \quad (3)$$

となる。ここで、 $\alpha = \Delta \tau^* / \Delta x^*$, $\Delta \tau^* = \Delta \tau / L$, $\Delta x^* = \Delta x / L$, $\Delta \tau, \Delta x$ はそれぞれ差分の時間間隔、空間間隔を表わす。また、添字 i, j は、それぞれ x, y 方向の格子点を表わし、 n は時間ステップを表わす。ただし、Fig. 1のように、計算領域を領域 I, II, III と 3 分割し、領域 I では $\Delta \Delta_{out} = L/40$ 、領域 II, III では $\Delta \Delta_{in} = L/30$ とする。一方、Courant-Friedrich-Lewy の安定条件より、 $\alpha^2 / \Delta \tau^* \leq 1/2$ の関係が求められ、これを用いて (3) 式の差分式の特性である増幅率 $|r|$ と位相誤差 $\Delta \phi$ を求めると、次のようになる。

$$|r| = 1, \quad \Delta \phi = -\alpha \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2} + \sin^{-1} \{ 2\alpha \sqrt{(\sin^2 \theta_x + \sin^2 \theta_y) \{ 1 - \alpha^2 (\sin^2 \theta_x + \sin^2 \theta_y) \}} \}$$

ここで、 $\theta_x = k_x \Delta x$, $\theta_y = k_y \Delta x$, k_x, k_y はそれぞれ x, y 軸方向の波数である。いま $\alpha \tau^* = 1/50$

とすると、入射波の一周期の間に遅れる位相は、 $\Delta\phi_m = 1/30$ のとき $\Delta\phi = -0.00735 \text{ radian}$, $\Delta\phi = 1/10$ のとき $\Delta\phi = -0.0485 \text{ radian}$ となる。これより修正入射波長 L' は、 $\alpha = 1/5$ のとき $L' = 0.98 \times 3L$, $\alpha = 3/5$ のとき $L' = 0.9988L$ となる。したがって $\alpha = 3/5$ である領域 II, III では、ほとんど位相のおくれはないが、 $\alpha = 1/5$ である領域 I では少し位相の遅れが存在することになるので、入射波長として $L' = 0.98 \times 3L$ を用いて、以後の考察を行なう。

3. 計算結果と考察

湾幅 $2d$ を $1/10$ 波長に固定し、湾長を $5/10$ 波長から $1/30$ 波長ごとに 2% 波長まで変化させ、幾何学的共振特性を調べた。湾奥での水位の時間的变化を調べ、定常状態になったときの波高と、外海の重複波の波高との比を波高増幅率とし、Ippen-Goda の理論値とくらべたものが、Fig. 2 である。横軸は、 kl ($= 2\pi/L$) または $kl' (= 2\pi/L')$ である。図中の $\circ$ は kl に対応し、 $\bullet$ は kl' に対応する。この図から、修正入射波長 L' をもちいると、Ippen-Goda の理論とほぼ完全に一致することがわかる。この事実より、修正入射波長 L' を用いることにより、差分式の湾水振動への適用が妥当であると考えられる。次に、共振状態に近い Case-A ($kl = 0.314$, $kl' = 1.2566$) と波高増幅率が

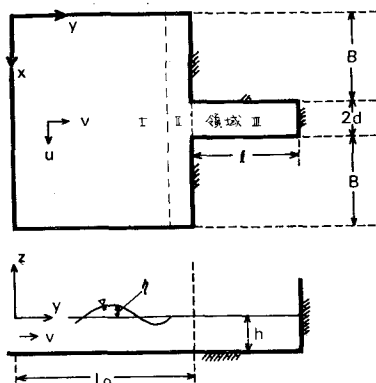


Fig. 1 計算領域

ほぼ 1 である Case-B ($kl = 0.314$, $kl' = 3.1416$) について、湾内および湾口付近の波の挙動を調べるために、湾軸に沿う水位 η および水粒子速度 v の分布の時間変化を示したものが Fig. 3, 4, 5, 6 である。また $x-y$ 平面の水粒子速度場をベクトル表示したものが Fig. 7, 8, 9, 10 である。Fig. 6, 9, 10 をみると、増幅率がほぼ 1 で共振しない Case-B では、水粒子速度 v はほとんど y 方向と一致し、湾口での流速 v はほぼ 0 である。Fig. 5 より、湾口から外海よりに行ける節の位置は、湾奥から $3/4$ 波長のところである。これより Case-B の場合は、湾口付近

での波の挙動は、湾口がなく岸壁となつて腹かましている場合とほぼ同じである。これに対して、共振状態に近い Case-A の場合は、Fig. 7, 8 からわかるように、湾口付近の水粒子速度の分布は 2 次元的であり、また Fig. 3, 4 からわかるように、湾口付近には完全な節は発達せず、しかも節と思

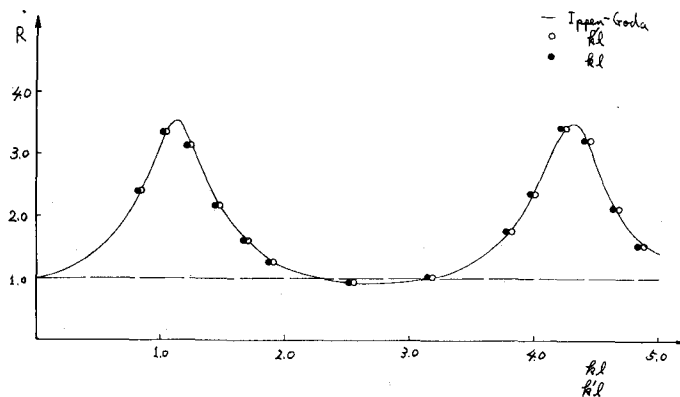


Fig. 2 湾奥増幅率に関する Ippen-Goda との比較

われる位置は、湾奥から $\frac{1}{4}$ 波長はなれた位置よりさらに沖側である。また水粒子速度 v の包絡線はきのこ型になり、外海の湾口付近は重複波とも進行波ともいえない波となっている。以上のことは湾水振動の解析には2次元的な考慮が必要であることを示しかつ実験においては測定がきわめて困難な共振時の湾口付近の2次元的な海水の挙動が、単純な線形長波の数値モデルによ、てかなり明らかにできる可能性を示すものである。

参考文献； 1) Ippen, A.T. and Y. Goda ; "Wave Induced Oscillations in Harbors; The Solution for a Rectangular Harbor

Connected to the Open Sea," Report NO. 59, Hydrodynamics Lab., M.I.T., 1963.

2) 伊藤孝行・谷本勝利・木原力；長周期波に対する防波堤の効果に関する計算(第5報)-八戸港の津波計算-港湾技術研究所報告, 第8巻第3号, 1969.

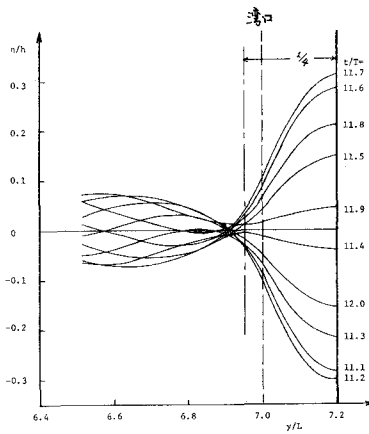


Fig. 3 湾軸に沿う η の分布の時間変化 (Case-A)

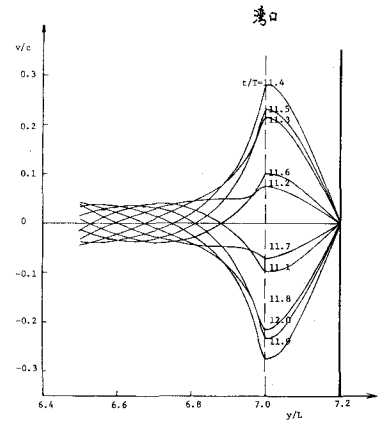


Fig. 4 湾軸に沿う v の分布の時間変化 (Case-A)

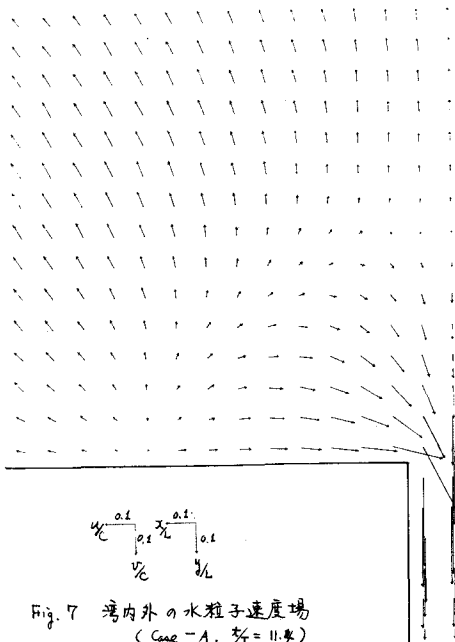


Fig. 7 湾内外の水粒子速度場 (Case-A, $t/T = 11.4$)

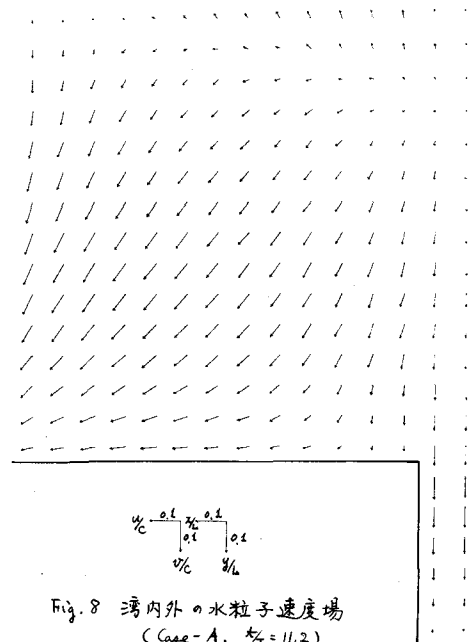


Fig. 8 湾内外の水粒子速度場 (Case-A, $t/T = 11.2$)

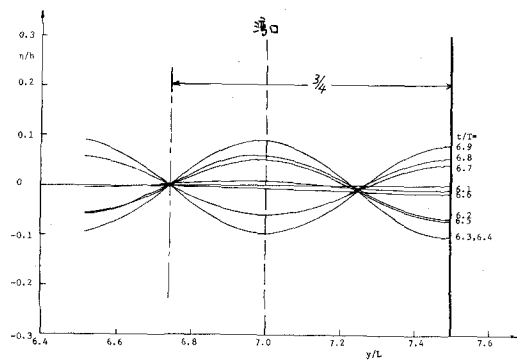


Fig. 5 湾軸に沿う u の分布の時間変化
(Case-B)

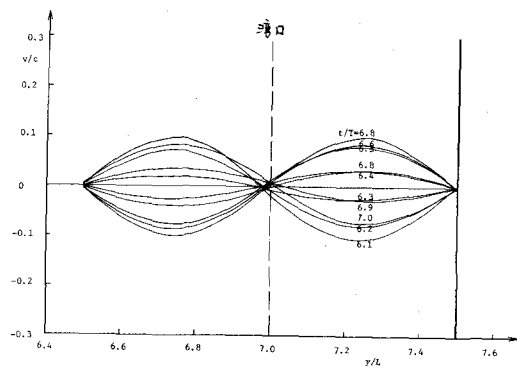


Fig. 6 湾軸に沿う v の分布の時間変化
(Case-B)

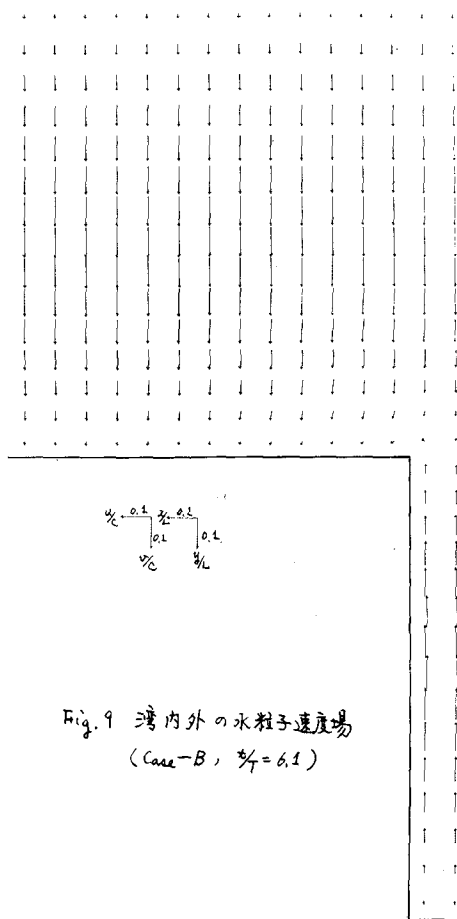


Fig. 9 湾内外の水粒子速度場
(Case-B, $t/T = 6.1$)

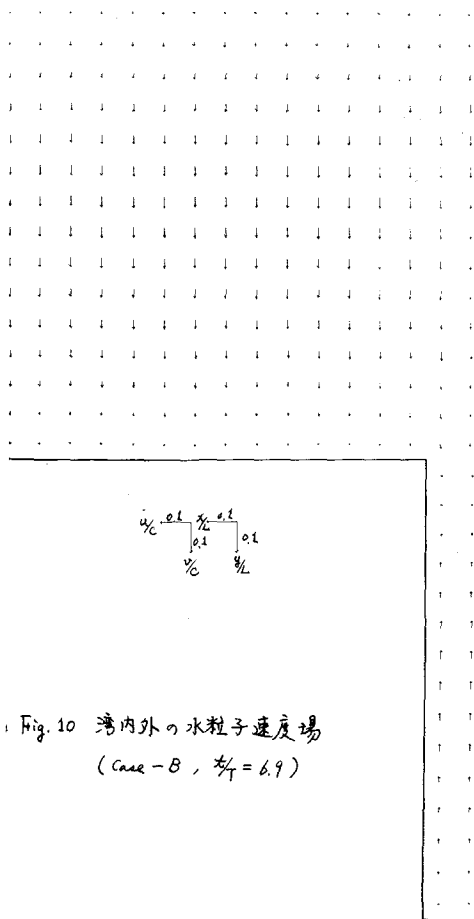


Fig. 10 湾内外の水粒子速度場
(Case-B, $t/T = 6.9$)