

成層水域からの取水に関する一考察

京都大学 正員 岩佐義朗

京都大学 正員 野口正人

神戸市 正員 早野博和

1. まえがき

近年、水需要がとみに増えてきたが、それとともに水質問題が重要になってきた。一方、貯水池内での成層状態は水質と密接な関係があることがわかっているが、必要とする質の流体を取水するためのみならず、水質保全の面から貯水池内の水理機構の解明が必要となろう。取水口が *line sink* とみなせる場合には、二成層密度分布については Huber が、線形密度分布については Long, Yih らによってなされているが、ここでは密度が一般の分布形をしている場合をとり挙げ、取水口の開きの影響などについて考察した。

2. 基礎方程式

いま、図-1のようなモデルを考える。流体を非圧縮性、非粘性と仮定すれば、基礎方程式はオイラーの方程式となる。また、

$$(u', v') = \sqrt{\frac{p}{\rho}} (u, v) \quad (1)$$

で与えられる仮想流を考え、流れが2次元定常であるとすれば流れ関数 ψ が導入できる。これより、基礎方程式は無次元化して

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = B(\psi) - F^2(\psi) \cdot y \quad (2)$$

$$\text{ただし, } F^2(\psi) = \frac{g d_0}{u_0^2} \cdot \frac{d\rho}{d\psi}$$

$$B(\psi) = \frac{dH}{d\psi} \quad H = P + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \frac{g \cdot d_0}{u_0^2} \cdot \rho y$$

となる。ここで、 ρ は流線にそって一定、またベルヌーイの定理より H も流線上で一定となり、上流無限遠で密度分布を与えれば、 B 、 F^2 は ψ のみの関数となる。また、図-1における境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} \psi &= 0; \quad y = 0 & 0 \leq x \leq 3 \\ \psi &= -1; \quad y = -1 & 0 \leq x \leq 3; \quad x = 0, \quad y_0 \leq y \leq 1 \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} &= 0; \quad x = 3 & 0 \leq y \leq 1; \quad x = 0, \quad 0 \leq y \leq y_0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

y_0 : 取水口の開き

となる。これより、(3)式の条件のもとで、(2)式を解くわけであるが、一般に B 、 F^2 は ψ の一次式とならず(2)式は非線形となるため、数値計算にたよらざるを得ない。

3. 数値シミュレーション

基礎方程式を与えられた境界条件のもとで数値計算を行なうにあたり、その方法とし

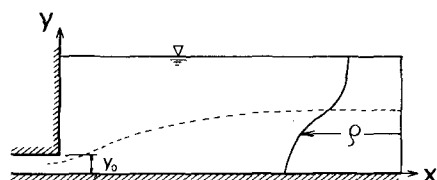


図-1

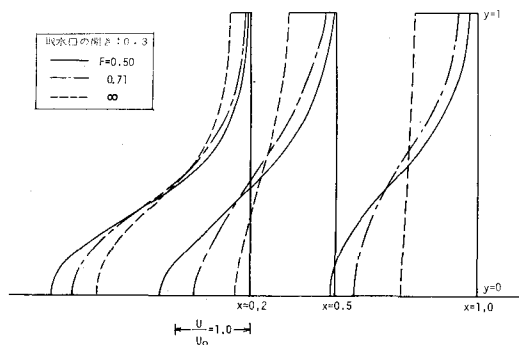


図-2

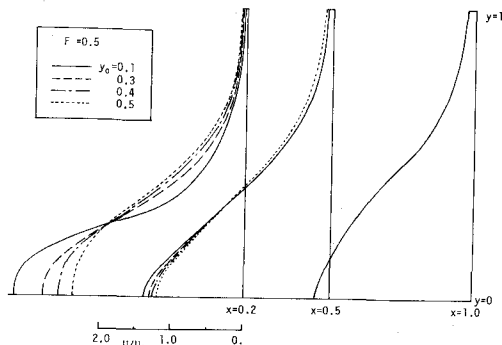


図-3

て2通りのものが挙げられる。一つは従来かうよく行なわれているように、微分方程式を差分式に置きかえ、差分格子で計算を進めるやり方であり、もう一方は、最近、流体力学でも広く使われ始めに有限要素法により数値シミュレートするものである。ここでは、後者の方法を用いて境界値問題を解くこととし、領域を要素に分割する。この方法では、(2)式を(3)式の境界条件のもとで解くかわりに、汎関数 χ

$$\chi = \iint \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 \right\} - \int_0^y F^2 d\psi \cdot y + \int_0^y B d\psi \Big\} dx dy \quad (4)$$

を境界条件(3)式のもとで最小にする変分問題に置きかえる。つぎに、3節点3角形要素で実際に計算を行なうため、要素内の ψ の値を頂点の値を用いて内挿し、Galerkinの方法を使って上式を変形すれば、

$$\sum_k \iint \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_k}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Phi_k}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_k}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Phi_k}{\partial y} \right) \psi_k^k - F^2(\psi) \cdot \Phi_k^k \cdot y + B(\psi) \cdot \Phi_k^k \right\} dx dy = 0 \quad (5)$$

なる連立方程式が導かれる。しかるに、 F^2 , B が ψ に関して非線形であるため直ちに解を求めえない。そこで繰り返し計算を行ない、 ψ の値を所要の精度で求めることにした。

つぎに、上流端の流速分布ならびに密度分布が図4で示される場合について実際に計算を行なった。図2には取水口の開きを一定にして内部フルード数を変化させたときの結果が示されている。また、図3では内部フルード数を一定にし取水口の開きを変えた場合の計算結果が示されている。図3からわかるように、取水口の開き具合による流線の違いは取水口から $x=0.5$ 附近までは顕著であるが、それより上流側ではほとんど違いがな。これは取水口がスリット形式か水門形式であるかによらず、内部境界面(もしくは密度ないしは流速分布の変曲点)が取水壁真際に急速に取水口まで降りてくることを示しているものと思われる。一方、図2では内部フルード数が小さくなるに従い、取水口附近の流速の割合が増えているが、計算では底でのスリップを許したため底附近で流速分布は実験値と多少異なることが予想される。なお、実験結果との比較については講演時に述べる。最後に図面の整理等については学生児島彰・遠藤正昭の両君に協力して戴いた。

