

京都大学工学部 正員 岩佐義朗
 “ “ “ 井上和也
 大阪かス K.K. “ 〇長尾貞夫

1 はじめに

前報¹⁾においては、洪水流の波全体を対象として Kinematic Waves の第2近似解を導くとともに、いわゆる Intumescence の数値シミュレーションを Dynamic Waves として行ない Kinematic Waves の適用性を検討しようとした。本報は、前報と異なり水位の変化がかなり大きい洪水流を上流端に与えた場合について、Dynamic Waves としての扱いと Kinematic Waves とを比較し若干の検討を行なったものである。なお、簡単のため水路は広長方形断面の一律水路とし、径深は水深で近似されるとする。

2 基礎方程式の取り扱い

洪水流に一次元のエネルギー-解析法が適用されるとして、その基礎式とつぎの保存則と表わす関係にまとめる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = \mathcal{G} \quad (1)$$

ここで $U = \begin{bmatrix} h \\ q \end{bmatrix}$, $F = \begin{bmatrix} Q \\ gH \end{bmatrix}$, $\mathcal{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ g(i - i_f) \end{bmatrix}$, $H = h + \frac{1}{2}g$ (エネルギー), Q ; 単位幅流量である。 F を U の関数とみるとき、 $\partial F_i / \partial U_j$ ($i, j = 1, 2$) を成分とする行列 $A = \begin{bmatrix} v & h \\ g & v \end{bmatrix}$ が相異なる実数の固有値を有するすると (1) 式は特性曲線による表示に改められ、これを固定格子長において差分化して解けばつぎのようになる。²⁾

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n - F_{i-1}^n) + \frac{\Delta t}{2C_0} \left[\frac{1}{\Delta x} (\hat{A} - v_0 E) \right]_i^n (F_{i+1}^n - 2F_i^n + F_{i-1}^n) + \mathcal{G}_i^n \Delta t \quad (2)$$

ここで E は単位行列であり、 $\hat{A}$ は上記のとおりであるから、 $v_0 = v$, $C_0 = \sqrt{gh}$ であり、特性曲線の方法は $(dx/dt)_\pm = v \pm \sqrt{gh}$ である。

つぎに前報で述べた Kinematic waves 理論にもとづく解を記す。

第1近似解 $h_1(x, t)$;

$$\left. \begin{aligned} h_1(x, t) &= f(x - x/w_1), \\ w_1 &= \frac{5}{3} \left(\frac{1}{n} i^{\frac{1}{2}} h_1^{\frac{3}{2}} \right), \quad Q' = \frac{1}{n} i^{\frac{1}{2}} h_1^{\frac{5}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、 $f(x)$ は上流端 $x=0$ での水深変化を表わし、 w_1 は洪水の伝播速度である。

摂動法による第2近似解 $h_2(x, t)$;

$$h_2(x, t) = h_1 \left[1 + \frac{1}{\lambda} \frac{g h_1^2}{10(2\tilde{f}x - 3w_1 h_1)} \left\{ \tilde{f} \left(3 - \frac{14}{25} \frac{w_1^2}{g h_1} \right) \log \left| 1 - \frac{2\tilde{f}x}{3w_1 h_1} \right| - \left(1 - \frac{14}{25} \frac{w_1^2}{g h_1} \right) (5\tilde{f}^2 - 3h_1 \tilde{f}) \frac{x}{2\tilde{f}x - 3w_1 h_1} \right\} \right] \quad (4)$$

ここで $\lambda = h_1 / (\sqrt{gh_1} T_{*1})$, h_1 ; 水深のスケール, T_{*1} ; 時間スケールである。また伝播速度 w_2 は w_1 に等しくとられる。

逐次近似法による第2近似解 $h_2(x, t)$;

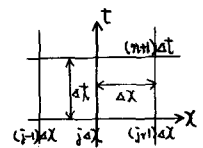


図. 1

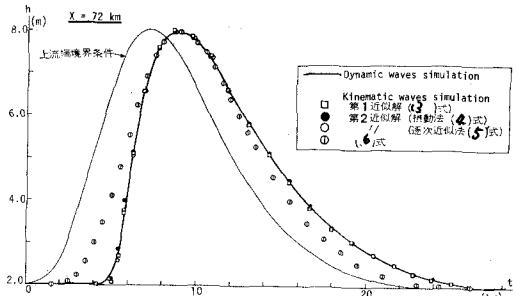
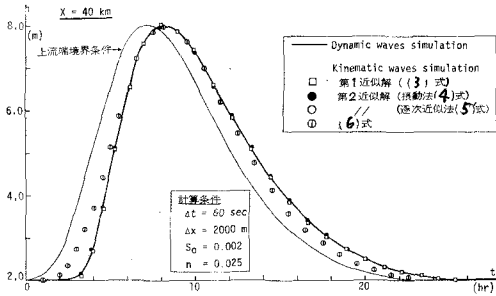


図 2

$$h_2(x,t) = h_1 \cdot \exp \left[\frac{3}{10} \lambda t x \left\{ \left(1 - \frac{4}{25} \frac{w_1^2}{gh} \right) \frac{(5f^2 - 3ff')(fx - 3w_1f)x}{h_* w_1 (2fx - 3w_1f)} - \left(1 - \frac{8}{25} \frac{w_1^2}{gf} \right) \frac{gf^2 x}{\sqrt{gh_*} w_1 (2fx - 3w_1f)} \right\} \right] \quad (5)$$

またこの場合の伝播速度 w_2 は、 $w_2 = (5/3) / n i^{1/2} h_2^{2/3}$ で与えられる。

拡散項を導入した Kinematic waves の解 (速水³⁾ の解 $h(x,t)$;

$$h(x,t) = h_m + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \left(\frac{w_0 x}{2\mu} \right) \int_{\frac{x}{2\mu\sqrt{t}}}^{\infty} \left\{ f(t - \frac{x^2}{4\mu K}) - h_m \right\} \exp \left[-K^2 - \frac{(w_0 x / 2\mu)^2}{4K^2} \right] dK \quad (6)$$

ここで h_m は平均水深に対応し、また後の計算では、 $f(t)$ の最大を h_p として、 $u_p = \frac{1}{n} i^{1/2} h_p^{2/3}$, $w_0 = 5/3 u_p$, $\mu = h_p u_p / 2i$ とした。

3 数値シミュレーション

図 2, 3 の細実線のように初期水深 $h_0 = 2m$ 、波頂での水深 $h_p = 8m$ 、洪水継続時間 24 時間の洪水を上流端に与えた場合のシミュレーションを行った。(4X=2km, Δt=60sec)

この場合、Kinematic shock が最初に現われるのは $x \approx 93km$ であってこれより以前には Kinematic waves 理論の適用には修正を要する。図 2 は $x = 40km$ での $h-t$ 曲線であり図 3 は $x = 72km$ のそれである。図 2 では Kinematic waves の第 1 近似解と第 2 近似解の差はきわめて小さく波頂のわずかな減衰を除けば、第 1 近似解で十分であることが知られる。また、(4) 式、(5) 式の差は僅少であるのでも示されていない。図 3 は流下距離の大きい $x = 72km$ での $h-t$ 曲線であるがこの場合第 1 近似解と第 2 近似解とでは水深の上昇期にいくらかの差が見られる。この差は流下距離が大きい地点では水面こう配がかなり大きくなった結果である。すなわち Kinematic waves として取り扱いで水面こう配が無限大になるのか Kinematic shock であるか、図 3 は Kinematic shock が現われる直前であってそれか上のような差にあらわれているものと見られる。また、水深のたけ上り部分では $\partial h / \partial x \approx 0$, $\partial^2 h / \partial x^2 > 0$ であって第 2 近似解では第 1 近似解よりも水深が大きくなる。さらに図に示される (6) 式は伝播速度および拡散が波頂のそれにあわせられているため波形全体として伝播が遅く、また拡散の効果も Dynamic waves シミュレーションの結果に比して大きくなっているということとかかわれる。これは Dynamic waves シミュレーションでは Kinematic shock を発生させるような波形の急峻化の効果が含まれているのに対し (6) 式は波形を平滑化する拡散項のみが考慮されているからであって (6) 式の限界を意味するものであろう。

文献 1) 佐佐木, 井上, 水理講演会講演集 1974.2, 2) 佐佐木, 井上, 昭和 48 年度土木学会年講 II, 1973.10.
3) Hayami, S. Bulletin of D.P.R.I., Kyoto Univ, No 1, 1951