

大阪大学 工学部 正員 小松定夫

大阪大学 工学部 正員 西村宣男

1. まえがき 長大吊橋においては、ねじり振動が耐風安定性を決定する上で重要な要素となっている。吊橋のねじり固有振動の計算法は Bleich, Steinman, Selberg, Moppert など、各種の方法を示している。横断面補剛トラスを有する場合は Bleich 理論が採用されている。筆者らは先に吊橋造の横断面変形を考慮した吊橋の静力学的な立体解析法を発表し、応力計算に Bleich 式を採用するには問題があることを指摘した。¹⁾ 今回は同様の手法でねじり振動に及ぼす対傾構剛性の影響について検討すると同時に、再び Bleich 式によるねじり固有振動との比較を行った。記号は文献 1) を参照されたい。

2. 振動方程式の誘導 静力学解析と同様にトラスを連続体に換算し、Vlasov の一般化座標法を適用する。その際に以下の仮定を設ける。1) 吊橋造は 2 軸対称断面。2) 吊橋造の死荷重は横断方向にはせん断中点に関して対称に分布し、橋軸方向に等分布する。3) ケーブルの橋軸方向慣性力を無視する。4) 各支点において吊橋造にはねじり角や断面変形が生じないよう十分剛な対傾構などが設けられている。以上の仮定から、 z は変位成分としてねじり角 φ 、たね角 θ および単位長さ w を考える。(図 1)

吊橋のねじりに関する基礎方程式は

$$-(b_1 + \frac{b_2}{2} H_d) \varphi'' - b_2 w' - (b_2 + \frac{b_2}{2} H_d) \theta'' = m_2 + H_p b_2 \varphi \quad (1) \quad a w'' - b_1 w - b_2 \varphi' - b_1 \theta' = -m_w \quad (2)$$

$$-(b_2 + \frac{b_2}{2} H_d) \varphi'' - b_1 w' - (b_1 + \frac{b_2}{2} H_d) \theta'' + \delta \theta = m_0 + H_p b_2 \varphi \quad (3) \quad H_p = -\frac{E I_c}{L_c} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-h/2}^{h/2} (\varphi + \theta) dz \quad (4)$$

ここで $a = EA_c b^2 h^2 / 4$, $b_1 = G(t_1 b + t_2 h) b h / 2$, $b_2 = G(t_1 b - t_2 h) b h / 2$, t_1, t_2 はそれぞれ主構面および横構面の換算板厚、 δ は橋脚平均化して対傾構のせん断剛性である。

振動方程式は上式の外力項 m_2 , m_0 および m_w を慣性力に置き換えて与えられる。断面変形を含む場合の慣性力について少し詳しく述べる。断面内に x, y 座標をとると任意点 (x, y, z) の変位の直交 3 成分は

$$U = -(\varphi - \theta) y, \quad V = (\varphi + \theta) x, \quad W = w + x \varphi \quad (5)$$

したがって慣性力の直交 3 成分は

$$-m \ddot{U} = (\ddot{\varphi} - \ddot{\theta}) y m, \quad -m \ddot{V} = -(\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}) x m, \quad -m \ddot{W} = -\ddot{w} x y m \quad (6)$$

ここで m は時間 t に関する 2 回微分を省略する。図 1 の変位

座標に関して積分すると

$$m_{U1} = -\ddot{\varphi} \int_A (x^2 + y^2) m dA - \ddot{\theta} \int_A (x^2 - y^2) m dA = -\frac{m_{y1}}{2} \ddot{\varphi} - \frac{m_{x1}}{2} \ddot{\theta} \quad (7)$$

$$m_{U2} = -\ddot{\varphi} \int_A (x^2 - y^2) m dA - \ddot{\theta} \int_A (x^2 + y^2) m dA = -\frac{m_{x2}}{2} \ddot{\varphi} - \frac{m_{y2}}{2} \ddot{\theta} \quad (8)$$

$$m_w = -\ddot{w} \int_A x^2 y^2 m dA = -\frac{m_{xy}}{2} \ddot{w} \quad (9)$$

またケーブルの鉛直方向慣性力も吊橋に対して分布ねじりモーメント、分布たねモーメントとして作用する。

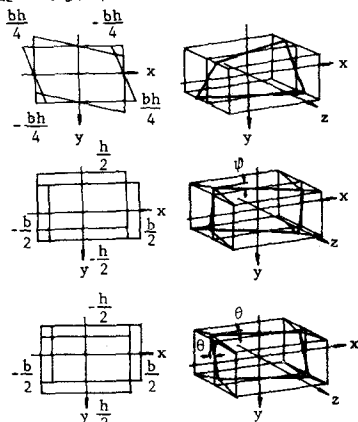


図 1. 変位座標

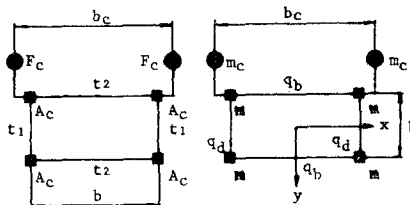


図 2. 部材断面と質量分布

$$m_{t2} = -\frac{m_c b^2}{2g} \ddot{\varphi} - \frac{m_c b^2}{2g} \ddot{\theta}, \quad m_{\theta 2} = -\frac{m_c b^2}{2g} \ddot{\varphi} - \frac{m_c b^2}{2g} \ddot{\theta} \quad (10)$$

図2のような質量分布に対し $\bar{m}_{\varphi 1} = (\frac{b^3}{6} + \frac{bh^2}{2})g_b + (\frac{bh}{2} + \frac{h^3}{6})g_d + (b^2 + h^2)M$, $\bar{m}_{\varphi 2} = (\frac{b^3}{6} - \frac{bh^2}{2})g_b$
 $+ (\frac{bh}{2} - \frac{h^3}{6})g_d + (b^2 - h^2)M$, $\bar{m}_w = b^2 h^2 (M + \frac{g_b b}{24} + \frac{g_d h}{24})$

式④～⑩を基礎式①～③に代入すると振動方程式は

$$-(b_1 + \frac{b^2}{2}H_d)\varphi'' - b_2 w' - (b_2 + \frac{b^2}{2}H_d)\theta'' - H_p b \varphi'' = -(\frac{\bar{m}_{\varphi 1}}{g} + \frac{m_c b^2}{2g})\ddot{\varphi} - (\frac{\bar{m}_{\varphi 2}}{g} + \frac{m_c b^2}{2g})\ddot{\theta} \quad (11)$$

$$-(b_2 + \frac{b^2}{2}H_d)\varphi'' - b_1 w' - (b_1 + \frac{b^2}{2}H_d)\theta'' + \gamma \theta - H_p b \varphi'' = -(\frac{\bar{m}_{\varphi 1}}{g} + \frac{m_c b^2}{2g})\ddot{\varphi} - (\frac{\bar{m}_{\varphi 2}}{g} + \frac{m_c b^2}{2g})\ddot{\theta} \quad (12)$$

$$a w'' - b_1 w' - b_2 \varphi' - b_1 \theta' = \frac{\bar{m}_w}{g} \ddot{w} \quad (13)$$

変位 φ, θ および w を変数分離し、振動モード $\varphi(z), \theta(z)$ および $w(z)$ に対して境界条件を満足する級数解を与え、ガレルキン法を用いて振動数方程式を導く。

3. 数値計算例 吊橋 L-1100 (260m + 1100m + 260m) および L-850 (300m + 850m + 300m) について数値計算を行った。結果を要約するとつぎの通りである。

(1). 断面内に φ と θ の2つの自由度を有するから、対称称振動では図3に示すようにスパン方向に同じ波形をもつが、横断面方向では φ と θ が同位相の場合、逆位相の場合に違つた振動モードを呈する。対称振動ではスパン方向の波形もまた違ふ。(2). φ と θ 同位相のものは γ 値の減少に伴い固有振動数が

が著しく、
低下する限界があり、最低定モードに対する限界値は $\gamma = 10^5 \text{ ton}$ である。高次モードほど限界値 γ_{cr} が高くなる。(3). $\gamma =$

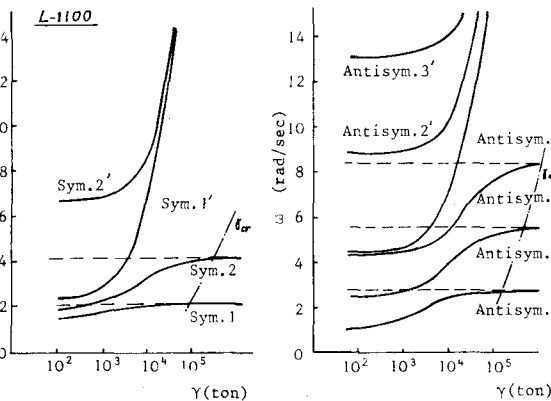


図4 ねじり固有振動数に及ぼす対傾構剛性の影響

1.5 × 10⁵ ton (南備強靱中大橋、対傾構剛性に相当) の場合についての数値計算例によれば、Bleich 式による固有振動数は低次モードでは本法の結果とよく一致している。低次モードについては対傾構剛性がこの程度大きくなれば、断面変形の影響がほとんど現われず、また曲げねじり剛性が関与しないために両者の差が生じなかった。しかし高次モードに移行する程、Bleich 式は高目の固有振動数を与えることが表2より明らかである。(4) 耐風安定性の見地から対傾構剛性は 10⁵ ton 以上とすることが望ましいと思われる。

参考文献 1) 小松、西村：吊橋のねじり解析 4～7章、細連橋補鋼上部構造に関する調査研究報告書別冊6、冊49年 2) Bleich 他：The mathematical theory of vibration in suspension bridges, 1950

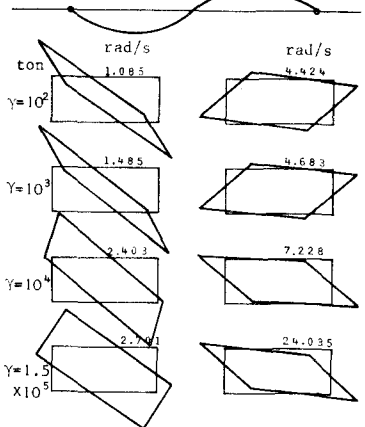


図3 対称称振動モード(L-1100)

表1 実橋における振動数比 (Y=1.5 × 10⁵ ton) (L-1100)

対称モード	θ/φ	ω rad/s	A/B
1次	0.004	2.130	0.998
2次	0.060	4.090	0.984

対称モード	θ/φ	ω rad/s	A/B
1次	0.027	2.710	0.992
2次	0.108	5.359	0.972
3次	0.244	7.938	0.947
4次	0.427	10.512	0.924

表2 Bleich理論との比較 (L-850)

対称モード	Bleich A	本法 B	θ/φ	B/A
1次	2.473	2.469	0.002	0.998
2次	5.752	5.638	0.028	0.980

対称モード	Bleich A	本法 B	θ/φ	B/A
1次	3.906	3.851	0.019	0.986
2次	7.931	7.728	0.076	0.974
3次	12.784	11.673	0.168	0.913