

扇形補剛板の大たわみ

関西大学工学部 正会員 米沢 博
 関西大学工学部 正会員 三上市 蔵
 関西大学大学院 学生員 〇白木 渡

まえがき 扇形補剛板をそれと等価の極異方性扇形板に置換し、それに一樣分布横荷重および一樣圧縮面内荷重が同時に作用する場合の大たわみ挙動に関する研究を行なった。扇形補剛板に横荷重のみが作用する場合の大たわみ挙動に関する研究¹⁾はすでに行なわれているが、鋼床板においては横荷重と面内荷重が同時に作用する場合が普通であるので、本研究によって扇形鋼床板の大たわみ挙動に有力な資料を与えるものとする。

基礎微分方程式 図-1に示すような極異方性扇形板の全面に一樣分布横荷重および $\theta = 0, \theta = \theta_0$ の直線辺に一樣圧縮面内荷重が同時に作用する場合を考える。極異方性扇形板の大たわみ理論に基づく基礎微分方程式は Lee と Heins¹⁾ および Uthgenannt と Brand²⁾ によって導かれているが、ここでもその誘導を行なつてつぎの式(1), (2)を得た。

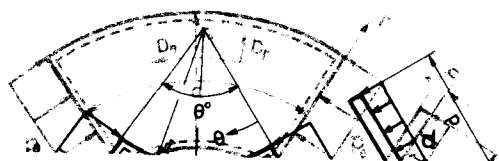


図-1

$$\left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial w}{\partial r^3} \right] + 2\lambda_e^2 \mu_e \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2 \partial \theta^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial w}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right] + \lambda_e^2 \left[-\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{2}{r^4} \frac{\partial w}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^4} \right]$$

$$= \frac{8(r, \theta)}{D_r} + \frac{1}{D_r} \left[\left(\frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \right) \frac{\partial w}{\partial r^2} + \frac{\partial f}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta^2} \right) + \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2 f}{\partial r \partial \theta} \right) \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} \right) \right] \quad (1)$$

ここで、 $\lambda_e = \sqrt{(D_\theta/D_r)}$, $\mu_e = H/\sqrt{(D_r D_\theta)}$, D_r, D_θ は板の曲げ剛さ, D_r, D_θ はねじり剛さ, w はたわみ, f は応力関数, $8(r, \theta)$ は横荷重の大きさである。

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^2 f}{\partial r^3} \right] + 2\lambda_m^2 \mu_m \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2 \partial \theta^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial f}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \right] + \lambda_m^2 \left[-\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{2}{r^4} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^4} \right]$$

$$= C_0 \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \right]^2 - C_0 \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right] \quad (2)$$

ここで、 $\lambda_m = \sqrt{(C_0/C_r)}$, $\mu_m = (1/2E_0 + 1/C_r)/\sqrt{(C_r C_0)}$, $C_r = (E_r E_0 - E_r^2)/E_0$, $C_0 = (E_r E_0 - E_r^2)/E_r$, $C_1 = -(E_r E_0 - E_r^2)/E_r$, E_r, E_0 は板の伸び剛さ, E_r, E_0 はせん断剛さである。

境界条件式 境界条件としては、曲げに関しては全辺で単純支持、膜作用に関しては曲線辺で半径方向の変位ゼロおよび中央点と任意点の円周方向の変位の差が任意点の膜せん断力に比例するという条件、直線辺で膜せん断力ゼロおよび円周方向膜力が外力に等しいという条件を用いる。そして円周方向には対称性が成り立つので $\theta = \theta_0/2$ を中心に右半分を対象に考える。以上の条件のうち膜作用に関するものを式で示すとつぎのようになる。

膜作用に関する境界条件式

(i) $r=r_i, r_o$ において

$$\left. \begin{aligned} u_r &= 0 & (r=r_i, r_o) \\ k_{sr}(u_\theta - u_{\theta/2}) - N_{r\theta} &= 0 & (r=r_i) \\ k_{sr}(u_\theta - u_{\theta/2}) + N_{r\theta} &= 0 & (r=r_o) \end{aligned} \right\} \text{---(3)}$$

(ii) $\theta=0$ において

$$\left. \begin{aligned} N_\theta &= -p_0 \\ N_{\theta r} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{---(4)}$$

ここで、 u_r, u_θ は半径方向および円周方向変位、 N_θ は円周方向膜力、 $N_{\theta r}$ は膜せん断力、 p_0 は面内荷重、 k_{sr} は弾性接線拘束剛度、 $u_{\theta/2}$ は $\theta=\theta/2$ 上の円周方向変位である。

数値計算

1) 無次元量 計算の便宜上つぎのような無次元量を用いて数値計算を行なった。

$$\begin{aligned} \xi &= r/r_o, \quad \rho = r_i/r_o, \quad \alpha = a/b, \quad W = w\sqrt{E/D_r}, \quad F = f/D_r, \quad Q = (q_0^2/D_r)\sqrt{E/D_r}, \quad P_0 = p_0/D_r, \quad \bar{N}_r = N_{r\theta}/D_r, \\ \bar{N}_\theta &= N_\theta/D_r, \quad \bar{N}_{r\theta} = N_{r\theta}/D_r, \quad \bar{M}_r = [M_{r\theta}/D_r]\sqrt{E/D_r}, \quad \bar{M}_\theta = [M_\theta/D_r]\sqrt{E/D_r}, \quad \bar{M}_{r\theta} = [M_{r\theta}/D_r]\sqrt{E/D_r}, \quad \xi_1 = G/E_r, \\ \xi_2 &= G/E_r, \quad \xi_3 = C/E_r, \quad K_{sr} = k_{sr}/E_r. \end{aligned}$$

2) 計算方法 基礎微分方程式は非線形連立微分方程式であるので解析的に解くことはほとんど不可能と考えられる。したがって差分法および加速パラメータを用いたくり返し法によって数値計算を行なった。数値計算には円周方向8分割、半径方向4分割の分割数を採用した。

3) 計算結果 扇形板に横荷重および面内荷重が同時に作用する場合のたわみ挙動は、矩形板の場合と比べてかなり複雑な挙動を示すことがわかった。一例を図2, 3に示す。図2, 3はそれぞれ $K_{sr}=10^4$ で $\rho=0.75, \alpha=1$ の正方形に近い扇形等方性板および $\rho=0.75, \alpha=1$ の扇形等方性板の半径方向中央断面のたわみ形を示したものである。曲率半径比 ρ が小さくなり面内荷重が正方形等方性板の座屈荷重の75%にあたる29.61以上になるとたわみ形が複雑になる。これは曲線辺で半径方向の変位を拘束したことにより生じてくる半径方向の圧縮応力の影響によるものと考えられる。

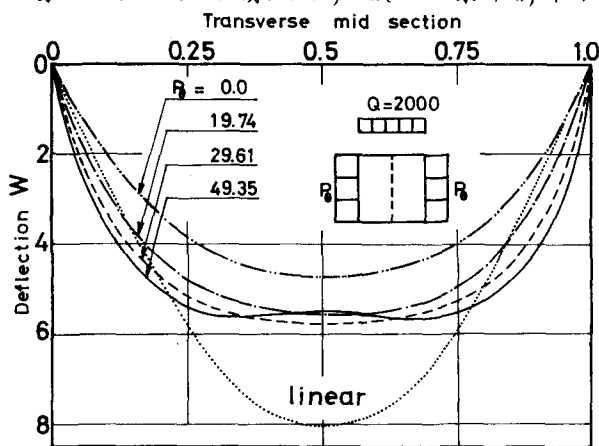


図 - 2

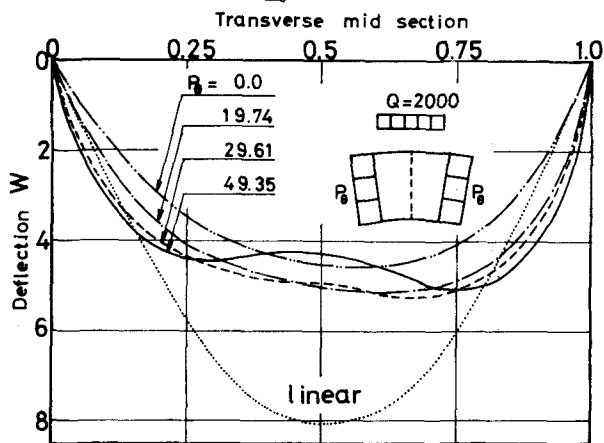


図 - 3

1) Lee, H. W. L. and C. P. Heins: Large deflections of curved plates, Proc. of ASCE, Vol. 97, No. ST4, pp. 1143-1155, April, 1971.

2) Ultherant, E. B. and R. S. Brand: Postbuckling of orthotropic annular plates, Jour. of ASME, Vol. 95, Series E, pp. 559-564, June, 1973.