

神戸大学工学部 正員 桜井春輔 神戸製鋼 正員 ○葛西俊一郎

1. まえがき

無限に広く連続で均質な弾性媒体に、一方は素掘りの円孔(円孔1)、又、もう一方はライニングを有する円孔(円孔2)を考える(図-1)。それらに平面粗密波が入射する場合の2円孔周辺での応力集中の分布について検討した。更に、円孔1より純円筒粗密波が射出発散する場合についても検討を加えた。いずれの場合も弾性波動論を用い、定常問題として取り扱った。

2. 平面波が入射する場合

2.1 理論の概要

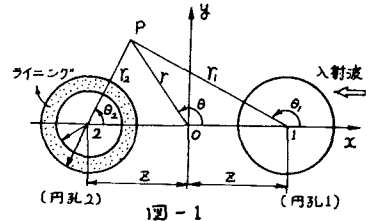
原点0で位相のずれのない平面波が入射すると考える。その入射粗密波の変位potentialを点0, 1, 2を中心とする極座標で表わせば、それぞれ(1), (2), (3)式となる。

$$\phi^{(1)} = \phi_0 e^{ik_1 r \cos \theta} e^{-i\omega t} = \phi_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_1 r) e^{in(\theta - \pi/2)} e^{-i\omega t} \quad (1)$$

$$\phi^{(2)} = \phi_0 e^{-ik_2 z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_2 r_1) e^{in(\theta_1 - \pi/2)} e^{-i\omega t} \quad (2)$$

$$\phi^{(3)} = \phi_0 e^{ik_2 z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_2 r_2) e^{in(\theta_2 - \pi/2)} e^{-i\omega t} \quad (3)$$

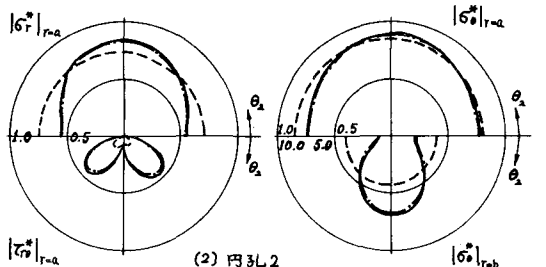
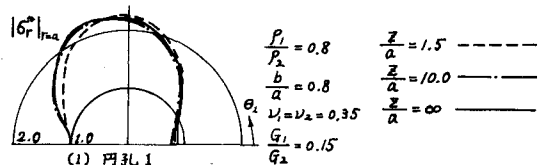
ここに、 ϕ_0 は変位potentialの振幅、 k_1 は弾性媒体における粗密波の波数、又、 $J_n(\cdot)$ はn次のBessel関数である。上式のような平面波が入射することによって、又、2円孔の間で重複反射が起こることによって弾性媒体内、およびライニング内に変位、応力が生じる。



2.2 数値計算結果とその考察

2円孔周辺での応力集中を検討するために、ここでは応力集中係数 $|G^*|$ を導入する。それは、円孔がないと仮定した時に入射粗密波により生じる弾性媒体の最大主応力($\sigma_0 = -G_1 k_1^2 \phi_0$)で応力 σ を除いたものの絶対値であるとして定義する。すると応力集中係数 $|G^*|$ は弾性媒体とライニングの物性定数に関する無次元量、せん断弾性定数比 G_1/G_2 、密度比 ρ_1/ρ_2 、ポアソン比 ν_1, ν_2 、又、無次元周波数 $k_1 a$ 、更に、円孔の外半径に対する円孔中心から原点0までの距離の比 z/a により得られる関数である。

図2, 3は、それぞれ $k_1 a = 0.5, 2.0$ なる場合の弾性媒体内、およびライニング内の応力集中係数を求めたものである。図2, 3の(1)には円孔1の $r=a$ における弾性媒体の $|G_r^*|_{r=a}$ を、又、(2)には円孔2の $r=a$ における弾性媒体の $|G_r^*|_{r=a}$, $|G_\theta^*|_{r=a}$, $|G_\theta^*|_{r=b}$ と、 $r=b$ におけるライニングの $|G_\theta^*|_{r=b}$ を示した。

図-2 ($k_1 a = 0.5$)

$k_1 a = 0.5$ の場合、 z/a の変化による応力集中係数 $|G|$ への影響としては次のようになる。

(i) 円孔 1 の $|G_0|_{r=a}$ 、および円孔 2 の $|G_0|_{r=a}$ には z/a の変化による重複反射の影響は余りみられない。

(ii) 円孔 2 の $|G_0|_{r=a}$ 、 $|G_0|_{r=b}$ 、および $|G_0|_{r=b}$ には重複反射の影響がみられる。特に $|G_0|_{r=a}$ は z/a が減少すれば極端に減少する傾向がある。

$k_1 a = 2.0$ の場合、 z/a の変化による応力集中係数 $|G|$ への影響としては次のようになる。

(i) 円孔 1 の $|G_0|_{r=a}$ は重複反射の影響をうけ、

z/a が減少すればその分布形はかなり複雑なものになり、その値は増大する。

(ii) 円孔 2 の $|G_0|_{r=a}$ 、 $|G_0|_{r=a}$ 、 $|G_0|_{r=a}$ 、および $|G_0|_{r=b}$ はいずれも重複反射の影響をうけ、それらの値は z/a が減少すれば減少する傾向がある。

3. 純円筒波が入射する場合

3.1 理論の概要

ここでは、円孔 1 の点 1 より純円筒波が射出発散する場合を考える。その入射粗密波の変位 potential は点 1、2 を中心とする座標で表わせば

$$\phi^{(i)} = \phi_0 H_0^{(2)}(k_1 r) e^{-i\omega t} \quad (4)$$

$$\phi^{(i)} = \phi_0 \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(2)}(2k_1 z) J_n(k_1 r_2) e^{in\theta_2} e^{i\omega t} \quad (5)$$

となる。ここに、 $H_0^{(2)}()$ 、 $H_n^{(2)}()$ は、それぞれ 0、 n 次の Hankel の第 1 種関数である。

3.2 数値計算結果とその考察

ここでは応力集中係数 $|G|$ として、円孔がないと仮定した時に入射粗密波により生じる r_1 方向の弾性媒体の応力 G_{r1} で応力 G を除いたものの絶対値を用いた。

図 4、5 は、それぞれ $k_1 a = 0.5$ 、 2.0 に对ける円孔 2 の $r=b$ におけるライニングの応力集中係数 $|G_0|_{r=b}$ を求めたものである。図 4、5 の (1) には $z/a = 1.5$ 、(2) には $z/a = 5.0$ における $|G_0|_{r=b}$ を示した。

いずれの場合の $|G_0|_{r=b}$ も円孔 1 による重複反射の大きな影響をうけていない。ただ、 $k_1 a = 0.5$ で $z/a = 1.5$ なる場合の $|G_0|_{r=b}$ が重複反射の影響をうけ、円孔 1 がない場合の $|G_0|_{r=b}$ より少し大きな値を示している程度である。

参考文献：1) S. L. Chong : Dynamic Stress in a Plate with Circular Holes, Journal of Applied Mechanics, Vol. 39, No. 1, 1972, pp 129-132

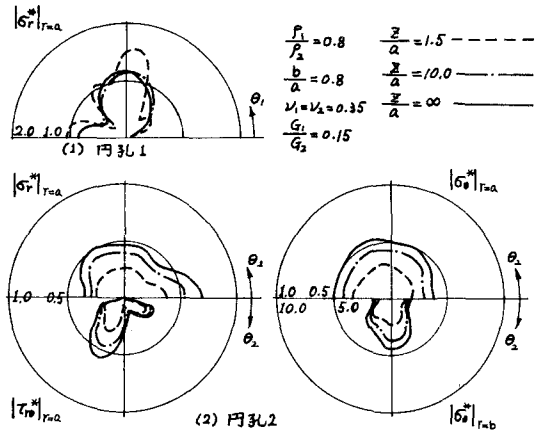


図-3 ($k_1 a = 2.0$)

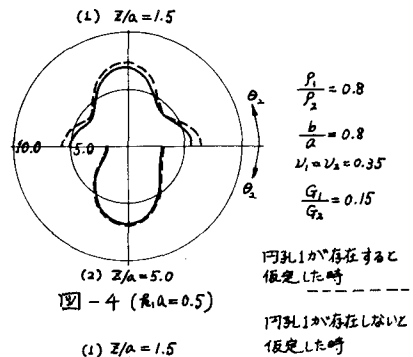


図-4 ($k_1 a = 0.5$)

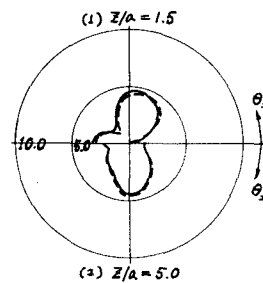


図-5 ($k_1 a = 2.0$)