I 2　固有マトリックス法による吊橋の影響線解析について

神戸製鋼　正　新家　徹
〃　〃　頭井　洋
〃　〃　○大西　修

1．まえがき

従来　吊橋の影響線解析は　D.J.Peery 等の線型化された撓度理論の基礎微分方程式を直接解く方法と　Esslliger.M の還元法や倉西茂等の行列演算による解法が　一般的である。しかし，前者は　任意に変断面を持つ多径間連続吊橋の場合には　解法が非常に面倒であり，後者は，この点を補なうが，荷重が移動するごとに計算を繰返さなければならない。

本文では　線型化された撓度理論の基礎微分方程式に固有マトリックス法を適用することにより，これらの点を改善したものである。

2．線型化された撓度理論による影響線解析の基本式

本解析では，通常の線型化された撓度理論と同様の仮定を用いる。

周知のように，線型化された撓度理論を用いて吊橋の解析を行なう場合の基本式は　次の2式で示される[1]。

$$EI\frac{d^4\eta}{dx^4} - H_r\frac{d^2\eta}{dx^2} = p - \frac{8f}{l^2}H_p \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\frac{L_E}{E_cA_c}H_p \pm \alpha t L_t + \sum\left[\frac{d^2y}{dx^2}\int_0^l \eta\, dx\right] = 0 \quad \cdots\cdots(2)$$

ここに　$H_r = H_w$ または $H_w + H_{pmax}$，H_w；死荷重によるケーブル水平張力

H_{pmax}；全活荷重載荷により生じるケーブル水平張力

H_p　；活荷重により生じるケーブル水平張力

式(1)は，図(a),(b),(c)で示されるような軸引張力 H_r を受ける梁の方程式であるので，連続梁の影響線解析に有効な固有マトリックス法を適用することができる。また影響線解析を用いて，たわみ，断面力等の状態量の計算をより精度よく行なうためには，補間法が有効である[1]。

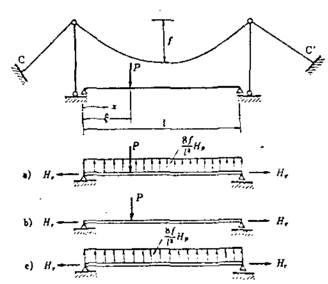

図　吊橋の置換梁

3．固有マトリックス法の適用

一般に補剛桁は，支点および断面変化点により n 個の径間に分割され，その径間内においては，曲げ剛性EI は一定であるとみなす。その時　各径間の任意点 $\rho = x/l$（l は径間長，x は径間左端を 0 とした時の任意座標）における状態量 $\mathbb{W}$ は　次式で求められる[2]。

$$\mathbb{W}(\rho) = \mathbb{D}\,\mathbb{R}(\rho)\,[\mathbb{N} + \mathbb{K}(\rho)] \quad \cdots\cdots(3)$$

ここに $\mathbb{W}(\rho)$；状態ベクトル，$\mathbb{D}$；係数マトリックス，$\mathbb{N}$；固有ベクトル

$\mathbb{R}(\rho)$；座標マトリックス，$\mathbb{K}(\rho)$；荷重ベクトル

また構造体の両端における境界条件により、次の境界条件式が得られる。

$$\left.\begin{array}{l} \mathbb{B}\mathbb{N}_1 = 0 \\ \mathbb{B}'\mathbb{N}_n' = \mathbb{B}'[\mathbb{N} + \mathbb{K}]_n = 0 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

ここに $\mathbb{B}, \mathbb{B}'$；境界マトリックス

式(3).(4)における固有ベクトル$\mathbb{N}$は、式(1)の一般解の積分定数であり、各径間内においては、一定の値を取る。したがって移行演算は この固有ベクトルを移行することのみでよく、還元法のように状態量を移行する場合に比し移行演算の回数がはるかに少なくてすむ。このため計算時間、計算精度の面で利点を有している。

つぎに各隣接する径間の結合点における状態量の適合条件、平衡条件により、固有ベクトルの移行式を求めると次式となる。

$$\mathbb{N}_i = \mathbb{S}_i[\mathbb{N}_{i-1} + \mathbb{K}_{i-1}] \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

ここに $\mathbb{S}_i$；移行演算子

式(5)を使用して 左端の径間の固有ベクトルを右端径間まで移行し、前述の境界条件式に代入すると左端第1径間の固有ベクトル$\mathbb{N}_1$が求められる。以下 移行式(5)により、各径間の固有ベクトルが求められ、それを系全体に対する式で示すと次のようになる。

$$\{\mathbb{N}\}_n = [\mathbb{G}]\{\mathbb{K}\}_n \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

ここに $\{\mathbb{N}\}_n = \{\mathbb{N}_1, \mathbb{N}_2, \cdots\cdots, \mathbb{N}_{n-1}, \mathbb{N}_n\}$

$\{\mathbb{K}\}_n = \{\mathbb{K}_1, \mathbb{K}_2, \cdots\cdots, \mathbb{K}_{n-1}, \mathbb{K}_n\}$

$$[\mathbb{G}] = \begin{bmatrix} \mathbb{G}_{11} & \mathbb{G}_{12} & \cdots & \mathbb{G}_{1n} \\ \mathbb{G}_{21} & \mathbb{G}_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{G}_{n1} & \cdots & \cdots & \mathbb{G}_{nn} \end{bmatrix}$$；図形マトリックス

式(6)における図形マトリックス$\mathbb{G}$は、構造の力学的性質（E, I, L, Hr）のみによって決定されるものであり、荷重条件とは全く無関係な量である。したがって一度この図形マトリックスを算定したならば、任意断面の各種影響線は式(3)により求められる。このため還元法等の行列演算による解法のように荷重の移動ごとに計算を繰返す必要はなく、計算時間が少なくてすむ。固有マトリックス法では 他の任意荷重が載荷された時でも、荷重ベクトル$\{\mathbb{K}\}_n$を変えるだけで求めることができ、また数式の形で解を求めることもできる。

計算結果については 講演の際スライドを使用して説明したいと思います。

参考文献

1) 平井 敦；"鋼橋 III" PP.400～415，PP.736～743
2) 吉沢 孝和，谷本 勉之助；"演算子法による各種の連続ばりの解析"
土木学会論文集 VoL 65，1969
3) 倉西 茂；"行列による吊橋の解析" 土木学会論文集 昭和37年 5月号