

交通事故死者発生頻度の Polya-Eggenberger's distribution への適合

福井工業大学 正会員 長濱友治

1. まえがき

交通事故による死者の発生頻度が、Poisson 分布で近似できることは定説となっている。最近、稀現象の統計解析が新しい視点から再検討される時、著者は偶然にも交通事故死者発生頻度の P.E 分布への適合を試み、その適合度がきわめて高いことを確認した。Poisson 分布は事象が多要因により発生し、それらが互に独立して作用する場合に適用される、いわゆる独立現象においてよく適合する。一方、P.E 分布は流行伝播性で有する現象、たとえば伝染病、人々の間に次から次と発生する伝播性のある事件などのように、ある現象が次の現象の発生に影響をおよぼすような現象の場合よく適合する。このことは、Polya-Eggenberger による 1877~1900 年の 288 月にわたるスイスの天然痘死者の発生頻度、わが国における北川博士の 1927~1936 年 120 月のパラチフス死者発生頻度において、Poisson 分布より適合度が高いことが示されている。

2. P.E 分布の理論式

この分布の由来は Polya の壺の問題から起つた。

壺の中に白球が Np 個、黒球が Nq 個ある。 ($p+q=1$)

この中から 1 球をとり出し、これが白(黒)ならば、これに白(黒)球を 1 個添えて壺へ戻す。この操作を n 回くり返すとき n 回白球が出る確率は

$$P(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \frac{p(p+\delta)(p+2\delta)\cdots(p+(k-1)\delta) q(q+\delta)\cdots(q+(n-k-1)\delta)}{1(1+\delta)(1+2\delta)\cdots(1+(n-1)\delta)}, \quad \text{ただし } (\delta = \frac{1}{N})$$

$np = h$, $n\delta = d$ を固定し、 $n \rightarrow \infty$ ($p, \delta \rightarrow 0$) とすると

$$P\{X=k\} = \frac{h(h+d)(h+2d)\cdots(h+(k-1)d)}{k!} (1+d)^{-\frac{h}{d}-k}$$

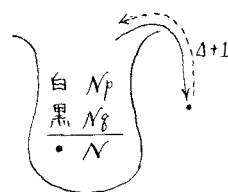
($h, d > 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$)

$d = 0$ ($\Delta = 0$) のときは明らかに二項分布 $B(n, p)$ でありまた $d \rightarrow 0$ のとき $P(k) \rightarrow \frac{h^k}{k!} e^{-h}$ (Poisson 分布) となる。

$$\begin{cases} \text{期待値 } E(x) = h \\ \text{分散 } \sigma^2(x) = h(1+d) \end{cases}$$

$d = \sigma^2/h - 1$ で表わされ伝播係数とよばれる。ある現象が発生するとき、それが他の現象の発生に影響を及ぼす伝播度は d の大きさによつてきまる。

図-1



3. PE分布のケーススタディ

昭和44年中の北陸三縣（福井、石川、富山）において発生した交通事故死者のPE分布のあてはめを行なつてみる。

$h = \sum f_x \cdot x / \sum f_x = 1.28$, $d = 0/h - 1 = 0.17$
より $P(x)$ の値を $x=0, 1, 2, \dots, 8$ に
ついて求めれば

$$\begin{aligned} P(0) &= (1+d)^{-\frac{1}{d}} = 0.30659 \\ P(1) &= 0.33542 \quad P(5) = 0.01229 \\ P(2) &= 0.20785 \quad P(6) = 0.00373 \\ P(3) &= 0.09593 \quad P(7) = 0.00105 \\ P(4) &= 0.03669 \quad P(8) = 0.00028 \end{aligned}$$

表-1, 図-2 は PE分布と Poisson 分布の理論頻度を比較したものである。

χ^2 検定の結果は PE分布の場合

$$\chi^2 (\phi=3, P=0.975) = 0.216 > \chi^2_0 = 0.211$$

Poisson 分布の場合

$$\chi^2 (\phi=4, P=0.25) = 5.29 > \chi^2_0 = 4.195$$

となり PE分布の適合度がきわめて高い。

また大阪府の昭和44年中の死者発生頻度においても Poisson によく近似 ($P=0.46$) しているが、PEの適合度 ($P=0.50$) が高い。

4. あとがき

交通事故死者の発生頻度が Poisson より PE分布に適合することが判つたが、北川博士の言を引用すれば、理論的分布の適合度が高いだけでは理論モデルの妥当性は保証されない。理論モデルの適用の前提を明確にしなければ、記述以上の意味は乏しい。交通事故がもく伝染病的な要素をもつていふとすればその病原体をつきとめれば有効な対策が立てられようではないだろうか。今後の研究課題である。

参考文献

- (1) 北川敏男：ポリア・エゲンベール分布、数理統計4 (1972)
- (2) 富家孝：秩序の中の死者たち、交通科学 Vol 1, No 1, (1970)
- (3) 長瀬及治：土木工学における確率論の二、三の応用、福井工大研究紀要第2号 (1972)

表-1 北陸三縣死者発生頻度

死者数 x (人/日)	死者頻度 f_x	Polya Eggenberger	Poisson
0	112	111.91	101.48
1	121	122.43	129.90
2	78	75.87	83.14
3	34	35.01	35.47
4	14	13.39	11.35
5	5	4.49	2.91
6	0	1.36	0.62
7	0	0.38	0.11
8	1	0.10	0.02
計	365	364.94	365.00

図-2 北陸三縣死者発生頻度図

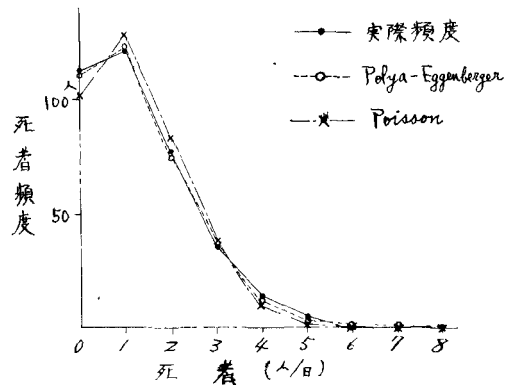


表-2 大阪府死者発生頻度

死者数 x (人/日)	死者頻度 f_x	Polya Eggenberger	Poisson
0	49	44.89	41.45
1	82	90.68	90.17
2	98	94.82	98.08
3	73	68.35	71.12
4	33	38.17	38.68
5	18	17.60	16.83
6	10	6.97	6.10
7	1	2.43	1.90
8	1	0.77	0.52
9	0	0.22	0.12
10	0	0.06	0.03
計	365	364.96	365.00