間隙空気の圧縮を伴う鉛直浸透に関する一考察

大阪府立工高専　正会員　佐藤　邦明

1. まえがき

不飽和土層表面に降雨（あるいは給水）が起った場合に土層内で水圧，重力，毛管力により浸透を生ずるが，この現象は土層の浸透能と降雨強度の大小により違った形態をとる。

よく知られているように有限規模の土層内においては飽和，不飽和浸透のいずれの場合も浸潤線の進行に伴い下端土層内の土粒間隙の空気が圧縮され，浸透流に影響を及ぼす。ここでは圧縮された空気が外部と交換されないとして時間的な浸潤線の進行，空気圧変化，ならびに表面貯留水位の変化に関し理論的に考察したので報告する。

2. 浸透モデルと基礎式

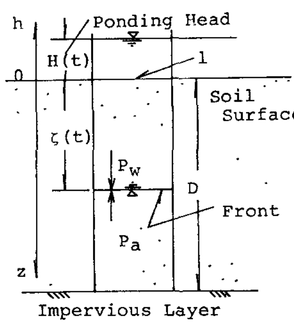
図−1のように水平土層面上向きにh，下向きにzをとり不透水層上の厚さDの一様土層内の鉛直浸透を考える。

浸透能が降雨強度より小さければ，外部からの圧力は水圧とSoil Suctionであり，内部の空気圧

$$h_a = \left(1 + \frac{\zeta}{D-\zeta}\right)h_o , \tag{1}$$

とが等しくなるまで浸潤線は進行する。この場合の基礎式は

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{k}{\lambda}\,\frac{(\zeta+H+\eta)(D-\zeta)-h_o\zeta}{(D-\zeta)\zeta} , \tag{2}$$



図−1　浸透モデル

となる。ここで，k；浸透係数，λ；空隙率，η；Soil Suction Head，k_o；大気圧相当水頭である。つぎに，降雨強度R(t)，土層表面から浸潤線までの距離ζ(t)，表面貯留水位H(t)の関係は流出を考えなければ，式(3)のようになり，初期条件は式(4)のようにとる。

$$\int_0^t R(t)dt = H(t) + \lambda\zeta(t), \tag{3}$$

$$\zeta(t)\Big]_{t=0} = 0 , \tag{4}$$

以下に，$R(t) = R_o = \mathrm{const.}$ として式(2)を $dH/dt > 0$，$dH/dt = 0$，$dH/dt < 0$ の三ケースに分けて解くことにする。

3. 解

解を得る前に，浸潤線は外部からの水圧と内部の空気圧がつり合った状態で停止する，つまり，$d\zeta/dt)_{\zeta=\zeta_c} = 0$ となることに注目したい。

$$\zeta_c = \frac{-(H+\eta+h_o-D) + \sqrt{(H+\eta+h_o-D)^2 + 4(H+\eta)D}}{2} \tag{5}$$

1) $dH/dt > 0$ の場合

式(2)へ $R_o t = H + \lambda\zeta$ を代入し，$\zeta/D < 1$ を考慮すれば，逐次代入法により近似解は

$$[\zeta^2]_2 = \left[\frac{(1-\lambda)}{\lambda} \left\{ \frac{2\alpha\tau+\beta}{2\alpha} \sqrt{\alpha\tau^2+\beta\tau} + \frac{\beta^2}{4\alpha\sqrt{\alpha}} \log \left| \frac{2\alpha\tau+\beta+2\sqrt{\alpha(\alpha\tau^2+\beta\tau)}}{\beta} \right| \right\} \right.$$

$$\left. + \alpha\tau^2 + \beta\tau \right] - \frac{h_o}{\lambda D} \left[\left\{ \frac{2\alpha\tau+\beta}{2\alpha} \sqrt{\alpha\tau^2+\beta\tau} + \frac{\beta^2}{4\alpha\sqrt{\alpha}} \log \left| \frac{2\alpha\tau+\beta+2\sqrt{\alpha(\alpha\tau^2+\beta\tau)}}{\beta} \right| \right\} \right.$$

$$\left. + \frac{2\alpha}{3D}\tau^3 + \frac{\beta}{D}\tau^2 \right], \qquad (6) \qquad \alpha = \frac{R_o}{\lambda k}, \quad \beta = \frac{2\eta}{\lambda}, \quad \tau = kt$$

となる。

2) $dH/dt = 0$ の場合

式(2)へ $H = H_o = Const.$ を代入し，厳密解は

$$\zeta + \frac{(H_o+\eta+h_o)}{2} \log \left| \frac{(H_o+\eta)D}{-\zeta^2-(H_o+\eta+h_o-D)\zeta+(H_o+\eta)D} \right| - \frac{2(H_o+\eta)D+(H_o+\eta+h_o-D)(H_o+\eta+h_o)}{2\sqrt{(H_o+\eta+h_o-D)^2+4(H_o+\eta)D}}$$

$$\times \log \left| \frac{\zeta\{(H_o+\eta+h_o-D) - \sqrt{(H_o+\eta+h_o-D)^2+4(H_o+\eta)D}\} + 2(H_o+\eta)D}{\zeta\{(H_o+\eta+h_o-D) + \sqrt{(H_o+\eta+h_o-D)^2+4(H_o+\eta)D}\} + 2(H_o+\eta)D} \right| = \frac{k}{\lambda} t, \qquad (7)$$

となる。

3) $dH/dt < 0$ の場合

式(2)へ $H_o - H = \lambda\zeta$ を代入し，厳密解は

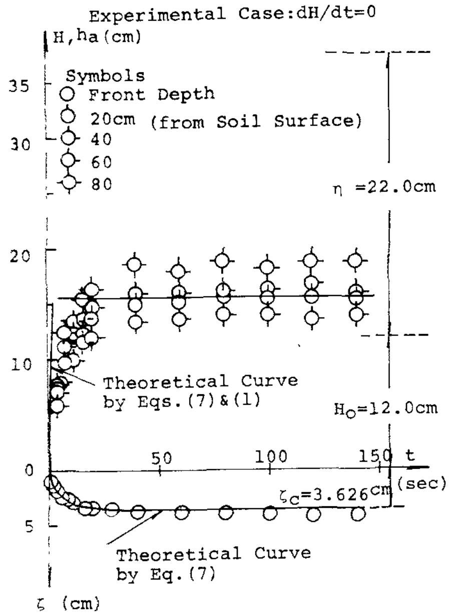
$$\zeta + \frac{D+\delta}{2} \log \left| \frac{\kappa}{-\zeta^2 - \delta\zeta + \kappa} \right|$$

$$- \frac{2\kappa+(D+\delta)\delta}{2\sqrt{\delta^2+4\kappa}} \log \left| \frac{\zeta(\delta-\sqrt{\delta^2+4\kappa})+2\kappa}{\zeta(\delta+\sqrt{\delta^2+4\kappa})+2\kappa} \right|$$

$$= \frac{(1-\lambda)k}{\lambda} t, \qquad (8)$$

$$\delta = \frac{(H_o+\eta+h_o+\lambda D-D)}{(1-\lambda)}, \quad \kappa = \frac{(H_o+\eta)}{(1-\lambda)} D$$

となる。



図－2 実測によるζ,ha～tの関係

最後に，図－2に透明アクリルパイプ（長さ120^{cm}，径10^{cm}）内で空気圧と浸潤距離を実測（写真観測）した結果と理論値とを示しておいた。図中，ζ～t関係は理論値と実測値は比較的よく一致しているが，ha～t関係は浸透初期に差異が見られる。その理由の一つは実験装置の不備のため内部の空気がもれたものと思われる。なお，実験装置については講演当日のべたい。