

粘着力の変化を考慮した円形トンネル覆工土圧の解析

神戸大学工学部 正員 杉井春輔

神戸大学大学院 学生員 久武勝保

(1) まえがき 地山と弾性体あるいは塑性体としてみたトンネル周辺の応力分布を求めた研究はすでに多くなされているが、ここではトンネル開削と同時に地山の弾性変位が終了し、あとは地山の粘弾性的性質と地山材料のせん断強度の減少によって塑性領域が拡張して行くと仮定して、トンネル開削後任意時間にライニングを施した場合、ライニングに生じる外力の経時変化及び粘弾-塑性境界の経時変化を求めた。

(2) 解法と概要 等方性地山において、体積変化がなく静水圧外力を考えると、平面歪状態では

$$\epsilon_r + \epsilon_\theta = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} = 0 \quad (1)$$

が成立する。ここに u は半径方向変位である。 $K(t)$ と時間 t のみの関数とすると (1) の解は $u = K(t)/r$ となる。ところで線形粘弾性体における応力-ひずみ関係は左式より

$$\sigma_r - \sigma_\theta = -\frac{2}{r^2} \int_0^r R(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} K(\tau) d\tau \quad (2)$$

となる。ここに $R(t)$ はリラクゼーション関数である。

一方、釣り合い式は物体力と無視して

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (3)$$

であるから、今、粘弾-塑性境界のトンネル中心からの

距離を $\rho(t)$ とすると $r \geq \rho(t)$ なる粘弾性域では (2) 式

を (3) 式に代入し、 $r \rightarrow \infty$ で $\sigma_r = P_0$ なる境界条件より粘弾性域の応力は $\sigma_r = -\frac{1}{r^2} \int_0^r R(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} K(\tau) d\tau + P_0$ (4)

今、地山の粘着力 c はせん断ひずみによって減衰する

と仮定して c は $c = c_0 - \alpha \frac{M(t)}{r^2}$ なる形となる。ここに c_0 , α , $M(t)$ は材料によって決まる係数及び関数である。

降伏条件として $\tau_{max} = \sigma_m \tan \phi + c$ を考えると Fig(2) より

$$\sigma_\theta - \sigma_r = K_1 \sigma_r + D + E \frac{M(t)}{r^2} \quad (5)$$

となるから (5) 式を (3) 式に代入して、 $r = b$ で $\sigma_r = 0$ なる境界条件より解くと塑性領域の応力は次式となる。

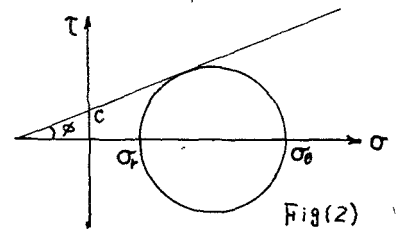
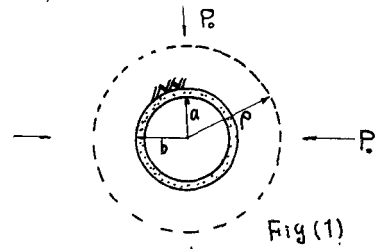
$$\sigma_\theta = (1 + K_1) C(t) r^{K_1} - \frac{D}{K_1} + \frac{E M(t)}{2 + K_1} \frac{1}{r^2} \quad (6)$$

ここに、 $K_1 = 2 \tan \phi / (\cos \phi - \tan \phi)$, $D = 2 c_0 / (\cos \phi - \tan \phi)$, $E = -2 \alpha / (\cos \phi - \tan \phi)$,

$C(t) = \left\{ \frac{D}{K_1} + \frac{E M(t)}{2 + K_1} \frac{1}{b^2} \right\} / b^{K_1}$ 。粘弾-塑性境界における応力の連続性より、粘弾-塑性境界

$\rho(t)$ は $\rho(t) = \left\{ \frac{2(P_0 + D/K_1)}{C(t)(2 + K_1)} \right\}^{1/K_1}$ となる。 (7)

トンネルにライニングを施せば、その時点から $\sigma_\theta(t)$ なる圧力がライニング及び地山に発生する。この $\sigma_\theta(t)$ によって地山内の応力はすでに存在しているせん断応力を減少させるように作用するのでライニングによる地山の応力成分はすべてこの領域において弾性計算によって決まる。ところで粘弾-塑性境界における応力の連続性より (4) 式は積分記号を用いない形で表わされ、トンネル開削後 $t = t_0$ でライニングを施し、それからの時間を



$t=t_0$ で表わすと粘弾域の応力は

$$r \geq P(t_0) : \sigma_r = \left(\frac{b}{r}\right)^2 \sigma_0(t_0) - \left\{ \frac{P(t_0)}{F} \right\}^2 \left\{ P_0 + \frac{D}{K_1} + \frac{E M(t_0)}{2 + K_1} \frac{1}{\rho_0^2(t_0)} - C_1(t_0) \rho_0^k(t_0) \right\} + P_0 \quad (8)$$

$$b \leq r \leq P(t_0) : \sigma_r = \left(\frac{b}{r}\right)^2 \sigma_0(t_0) + C_1(t_0) \left\{ \frac{P(t_0)}{F} \right\}^2 - \frac{D}{K_1} - \frac{E M(t_0)}{2 + K_1} \frac{1}{\rho_0^2(t_0)} \quad (9)$$

となる。今、 $C(t)$ をクリープ関数とすると、トンネル開削後 t_0 時間してからのライニングを
すると粘弾性領域における主ひずみ差は次の様になる。

$$\epsilon_0 - \epsilon_r = \int_{t_0}^{t_0+t} C(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} (\sigma_0^* - \sigma_r^*) d\tau = -2 \left(\frac{b}{r}\right)^2 \int_{t_0}^{t_0+t} C(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \sigma_r(\tau) d\tau + 2 \frac{K(t_0)}{F^2} + \frac{\sigma_E}{2G^*} e^{-\frac{t}{\tau_c}} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}}) \quad (10)$$

$$\therefore C(t) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{G^*} + \frac{1}{G^*} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}}) \right\}, \quad \sigma_E^* = 2 \left(\frac{P(t_0)}{F}\right)^2 \left\{ P_0 + \frac{D}{K_1} + \frac{E M(t_0)}{2 + K_1} \frac{1}{\rho_0^2(t_0)} - C_1(t_0) \rho_0^k(t_0) \right\}.$$

体積変化がないものと仮定して(10)の $\epsilon_0 + \epsilon_r = 0$, 上式より変位 u は次式となる。

$$u = r \epsilon_0 = \frac{K(t_0)}{F} + \sigma_E^* e^{-\frac{t}{\tau_c}} r (1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}}) / 4G^* - \frac{b^2}{F} \int_{t_0}^{t_0+t} C(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \sigma_r(\tau) d\tau \quad (11)$$

ライニング後の変位の増分 Δu は素掘時の $t=t_0$ における変位が $u_0 = K(t_0)/r$ であるから

$\Delta u = u - u_0$ とし求まる。一方、ライニングに $\sigma_0(t_0)$ なる外力が作用する時の $r=b$ に
おけるライニングの変位 Δu_L は容易に求まるから変位の連続性より

$$A_1 \sigma_0(t_0) = A_2 C^*(t_0) - \int_{t_0}^{t_0+t} C(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \sigma_r(\tau) d\tau \quad (12)$$

となる。上式にラプラス変換及びラプラス逆変換を施すことよりライニングに作用する応
力は

$$\sigma_0(t_0) = m_1 (1 - e^{-m_2 t_0}) \quad (13)$$

となる。ここに $A_1 = \{ (1 - \nu_1^2) - \nu_1 (1 + \nu_1) (b^2 + a^2) / (b^2 - a^2) \} / E_1$,

$$A_2 = \sigma_E(b) e^{-\frac{t}{\tau_c}} / 4,$$

$$C^*(t_0) = (1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}}) / G^*,$$

$$m_1 = 2A_2 / (2A_1 + 1/G + 1/G^*) / G^*$$

$$m_2 = G^* (2A_1 + 1/G + 1/G^*) / \{ 7G^* (2A_1 + 1/G + 1/G^*) - 7 \}$$

(3) 数値計算例

今、 $M(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}}$, $\phi = 30^\circ$,

$$G/E_1 = 0.04, \quad G^*/E_1 = 0.04, \quad \nu_1 = 0.2,$$

$$b/a = 1.2, \quad C^* = G_0/P_0 = 0.1 \text{ なる値}$$

によって数値計算を試みた。

図1, 2はトンネル開削後の粘弾-塑性

境界の経時変化を示してある。 α^* は

α/P_0 , T_0^* はライニングをする前の時間を
無次元化したものと $T_0^* = T_0/\tau_c$, τ_c , τ_L は
クリープ及び粘着力の遅延時間である。

図3, 4はライニングに生ずる外力 $\sigma_L (= \sigma_r(t))$

を素掘状態の時間 T_0^* , ライニングを施して

からの時間 T_A^* , 及び粘着力の減衰が大きき

α^* をパラメータにして表わしている。

参考文献: 桜井春輔 “粘弾塑性地山内円形
トンネル覆工について” 土木学会論文集, 181号, 1970, pp77~89.

