

粘弾性地山内の初期応力および力学的性質の推定について(第二報)

神戸大学 正員 桜井春輔 神戸市 正員 森田正三

1. はしき

トンネル支保工の変形挙動は、地山の初期応力および支保工の剛性によって変化するものである。したがって、地山の力学的性質および支保工の剛性が既知の場合は、支保工の変形挙動から地山内の初期応力を推定することができる。逆に初期応力が既知の場合は、地山の力学的性質を推定することができる。その推定法について、圧力が集中力の場合は、既に発表した。ここでは、支保工に働く圧力が分布力とみなせる場合について、その推定方法の概要を述べる。

2. 基礎方程式の誘導

基礎方程式の誘導にあつての仮定は次のものである。i) 地山を3要素モデルをなす粘弾性体とする。ii) ポアソン比 ν は、一定。iii) 重ね合せの原理が成立。iv) 地山を重力場と考えない。また応力、変位の正方向を図-1のように決め、曲げモーメントは、トンネル内側に変位を起させるものを正とし軸力は引張を正とし、支保工に作用する分布荷重が次式で示されるとする。

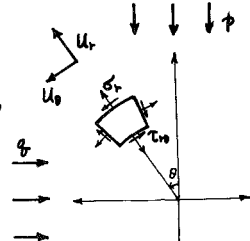


図 1

$$\sigma_r(R) = P_0 + P_2 \cos 2\theta \quad \tau_{r\theta}(R) = S_2 \sin 2\theta \quad (1)$$

ある位置 i における地山の半径方向と接線方向の変位は次式で表わされる。

$$U_{ir}^m = -(C_{i1}P + C_{i2}q)\psi^*(t) - b_{r1} \int_0^t \psi(t-\tau) \frac{dP}{d\tau} d\tau - \{b_{r2} \int_0^t \psi(t-\tau) \frac{dP}{d\tau} d\tau - b_{r3} \int_0^t \psi(t-\tau) \frac{dS_2}{d\tau} d\tau\} \cos 2\theta \quad (2)$$

$$U_{i\theta}^m = \{C_{i3}(\theta - \theta_0)\psi^*(t) + b_{\theta 1} \int_0^t \psi(t-\tau) \frac{dP}{d\tau} d\tau - b_{\theta 2} \int_0^t \psi(t-\tau) \frac{dS_2}{d\tau} d\tau\} \sin 2\theta \quad (3)$$

ここで、 $C_{i1} = \frac{b}{2} \{1 + (3-4\nu) \cos 2\theta\}$, $C_{i2} = \frac{b}{2} \{1 - (3-4\nu) \cos 2\theta\}$, $\psi^*(t) = e^{-\frac{t}{E_L}} \{1 - e^{-\frac{t}{E_L^*}}\}$, $\psi(t) = \frac{1}{2G} + \frac{1}{2G^*} (1 - e^{-\frac{t}{E_L^*}})$, t_0 : 掘削してから支保工を施すまでの時間,

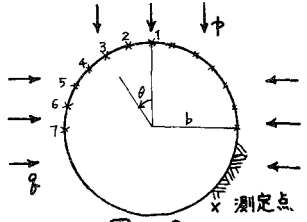


図 2

G, G^*, τ : 地山のクリープ定数, $b_{r1} = b$, $b_{r2} = \frac{(5-6\nu)}{3} b$, $b_{r3} = \frac{(4-6\nu)}{3} b$, $b_{\theta 1} = \frac{(4-6\nu)}{3} b$, $b_{\theta 2} = \frac{(5-6\nu)}{3} b$, ν : ポアソン比

トンネル支保工を線構造物と考えた時の、支保工の半径方向と接線方向の変位は次式となる。

$$U_{ir}^e = d_{r1} \int_0^t q_L(t-\tau) \frac{dP}{d\tau} d\tau + \{d_{r2} \int_0^t q_L(t-\tau) \frac{dP}{d\tau} d\tau - d_{r3} \int_0^t q_L(t-\tau) \frac{dS_2}{d\tau} d\tau\} \cos 2\theta \quad (4)$$

$$U_{i\theta}^e = \{-d_{\theta 2} \int_0^t q_L(t-\tau) \frac{dP}{d\tau} d\tau + d_{\theta 3} \int_0^t q_L(t-\tau) \frac{dS_2}{d\tau} d\tau\} \sin 2\theta \quad (5)$$

ここで、 $d_{r1}^e = WR^2/A$, $d_{r2}^e = WR^4/4I$, $d_{r3}^e = WR^4/8I$, $d_{\theta 2}^e = \frac{WR^2}{6} (\frac{R^2}{3I} + \frac{1}{A})$, $d_{\theta 3}^e = \frac{WR^2}{3} (\frac{R^2}{12I} + \frac{1}{A})$, W : 支保工間隔, r : 支保工半径, A : 支保工の断面積, I : 支保工の断面2次モーメント, $q_L(t) = \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_L^*} (1 - e^{-\frac{t}{E_L^*}})$, E_L, E_L^*, τ : 支保工のクリープ定数

つぎに地山と支保工間における変位の適合条件は次式で表わされる。 $U_{ir}^m = U_{ir}^e$ $U_{i\theta}^m = U_{i\theta}^e$ (6)

(6)式に(2),(4)式または(3),(5)式を代入し、ラプラス変換を施し、全ての点で(6)式が成立しなければならないことを用いて整理したものにラプラス逆変換を施せば次式となる。

$$\begin{cases} p + q = -2e^{\frac{t}{E_L}} \{ [b_{r1}(2G^*/2G + 1) + d_{r1}^e 2G^*/E_L] P(t) + (b_{r1} 2G^*/2G + d_{r1}^e 2G^*/E_L) \tau \frac{dP(t)}{dt} \} \\ p - q = -2e^{\frac{t}{E_L}} \{ [b(3-4\nu)] [[b_{r1}(2G^*/2G + 1) + d_{r1}^e 2G^*/E_L] P(t) + (b_{r2} 2G^*/2G + d_{r2}^e 2G^*/E_L) \tau \frac{dP(t)}{dt}] \\ + 2e^{\frac{t}{E_L}} \{ [b(3-4\nu)] [[b_{r3}(2G^*/2G + 1) + d_{r3}^e 2G^*/E_L] S_2(t) + (b_{r3} 2G^*/2G + d_{r3}^e 2G^*/E_L) \tau \frac{dS_2(t)}{dt}] \} \\ p - q = -2e^{\frac{t}{E_L}} \{ [b(3-4\nu)] [[b_{\theta 2}(2G^*/2G + 1) + d_{\theta 2}^e 2G^*/E_L] P(t) + (b_{\theta 2} 2G^*/2G + d_{\theta 2}^e 2G^*/E_L) \tau \frac{dP(t)}{dt}] \\ + 2e^{\frac{t}{E_L}} \{ [b(3-4\nu)] [[b_{\theta 3}(2G^*/2G + 1) + d_{\theta 3}^e 2G^*/E_L] S_2(t) + (b_{\theta 3} 2G^*/2G + d_{\theta 3}^e 2G^*/E_L) \tau \frac{dS_2(t)}{dt}] \} \end{cases} \quad (7)$$

いま、ある時刻 $t=t_i$ 以後は圧力の増加がほぼ止つたとすると、(7)式は、次式となる。

$$\begin{cases} \chi + \varphi = -2e^{\frac{\tau}{E_L}} / b \{ \{ b_{r1}(2G^*/2G+1) + d_{r1}^* 2G^*/E_L \} P_0^* \} \\ \chi - \varphi = -2e^{\frac{\tau}{E_L}} / b(3-4\nu) \{ \{ b_{r2}(2G^*/2G+1) + d_{r2}^* 2G^*/E_L \} P_2^* - \{ b_{r3}(2G^*/2G+1) + d_{r3}^* 2G^*/E_L \} S_2^* \} \\ \chi - \varphi = -2e^{\frac{\tau}{E_L}} / b(3-4\nu) \{ \{ b_{\theta 2}(2G^*/2G+1) + d_{\theta 2}^* 2G^*/E_L \} P_2^* - \{ b_{\theta 3}(2G^*/2G+1) + d_{\theta 3}^* 2G^*/E_L \} S_2^* \} \end{cases} \quad (8)$$

(8)式、または(7)式から次のことがわかる。 P_0^*, P_2^*, S_2^* または $P_0(t), P_2(t), S_2(t)$ が測定できた時、 χ, φ が既知の場合は地山の力学的定数が求まり、逆に力学的定数が既知の場合は地山の初期応力 χ, φ が求まる。さらに、 χ, φ と力学的定数が既知の場合は、圧力の終局値 P_0^*, P_2^*, S_2^* または $P_0(t), P_2(t), S_2(t)$ が求まる。

3. 入力データとしての圧力の推定法

いま、曲げモーメントと軸力がデータとして与えられたとする。これらは、支保工に働く圧力と次の関係がある。

$$M/r(t) = W r \cos 2\theta / 6 \{-2P_2(t) + S_2(t)\}, \quad N(t) = W \{P_0(t)r + r \cos 2\theta / 3 \{-P_2(t) + 2S_2(t)\}\} \quad (9)$$

測定点の数を n とすると、(9)式より、 $2n$ 個の式から $P_0(t), P_2(t), S_2(t)$ または P_0^*, P_2^*, S_2^* が求まる。

4. 数値計算結果とその考察

計算例として、図-2に示した円形トンネルを考える。支保工としては青函トンネル測定支保工を用いるとする。

入力データは： $W=50\text{cm}$, $b=r=155\text{cm}$, $I=369\text{cm}^4$, $A=2/\text{cm}^2$, $\nu=0.3$, $t_0=1\text{day}$ である。まず初期応力の推定について述べる。入力データとして $G^*/G=1$, $G^*/E=0.1$, $\tau=1\text{day}$ を加える。いま、地山の初期応力の真値として $\chi=100\text{kg/cm}^2$, $\varphi=50\text{kg/cm}^2$ を与える。このとき支保工に作用する曲げモーメント、軸力を求め、これを表-1に示す。いま、この結果を全く任意に $\pm 10\%$, $\pm 30\%$, $\pm 50\%$ の範囲内で変化させ、これを測定値とみなす。これらをデータに地山の初期応力を求めることを試みる。いま(9)式より P_0^*, P_2^*, S_2^* を求めると表-2になる。この P_0^*, P_2^*, S_2^* の値を(8)式に代入して初期応力を求めれば表-3に示す結果となる。表3より初期応力は、かなりの精度で求まることかわかる。

次に、力学的定数の推定について述べる。入力データとして $\chi=100\text{kg/cm}^2$, $\varphi=50\text{kg/cm}^2$ を加える。また地山の力学的定数の真値として $G^*/G=1$, $G^*/E_L=0.1$, $\tau=1\text{day}$ を与える。初期応力推定における精度と比較するため乱数を等しくして曲げモーメント、軸力を求めれば表-1となる。これらをデータに P_0^*, P_2^*, S_2^* を求めると表-2となる。この P_0^*, P_2^*, S_2^* の値をデータにして力学的定数を求めれば表-4に示す結果を得る。表4より、 $2G^*/2G, E$ は、かなりの精度で求まるが、 $2G^*/2G$ は満足すべきでないことかわかる。これは、初期応力の推定に比し、力学的定数の推定における計算の複雑さのためと思われる。

本法の特色は、つぎの点にある。基礎型式も、掘削から施工までの時間も考慮して、誘等し初期応力、力学的定数、支保工圧力のうちの1つが未知のとき、これを合理的に推定できる。また、本法を用いることにより合理的な覆工圧力も推定できる。なお、計算には京都大学大型計算機センターのFACOM 230-60を使った。

表1 曲げモーメントと軸力のデータ $t=\infty$ ($\times 10\text{kg}$)

CASE	測定値	1	2	3	4	5	6	7
A	M/R(t)	0.77	0.67	0.39	0.0	-0.39	-0.67	-0.77
	N(t)	-271	-311	-419	-567	-716	-824	-864
B	M/R(t)	0.75	0.68	0.37	0.0	-0.41	-0.64	-0.73
	N(t)	-281	-322	-438	-575	-714	-839	-884
C	M/R(t)	0.71	0.76	0.36	0.0	-0.33	-0.69	-0.75
	N(t)	-298	-317	-438	-585	-767	-889	-841
D	M/R(t)	0.78	0.53	0.48	0.0	-0.43	-0.72	-0.66
	N(t)	-339	-325	-502	-591	-510	-730	-1074

表2 P_0^*, P_2^*, S_2^* の推定値(kg/cm^2)

CASE	P_0^*	P_2^*	S_2^*
A	-0.73	0.38	0.76
B	-0.75	0.38	0.76
C	-0.76	0.38	0.77
D	-0.76	0.36	0.72

表4 力学的定数の推定値

CASE	$2G^*/2G$	$2G^*/E$	τ
A	1.00	0.10	1.00
B	0.08	0.10	1.03
C	-0.55	0.11	1.12
D	-1.17	0.11	1.09

表3 初期応力の推定値(kg/cm^2)

CASE	χ	φ
A	100.0	50.0
B	101.3	51.7
C	103.0	53.2
D	101.9	54.0

A: 真 値
B: $\pm 10\%$ の範囲の測定値
C: $\pm 30\%$ の範囲の測定値
D: $\pm 50\%$ の範囲の測定値

参考文献

- (1) 桜井, 森田: "粘弾性地山の初期応力および力学定数の推定について" 土木学会関西支部年次学術講演概要集 1972
- (2) 桜井, 森田, 吉村, 梶: "粘弾性地山の初期応力の推定法" 第7回岩盤力学シンポジウム講演概要集 1972