不規則波浪の数値シミュレーションに関する一考察

京都大学工学部　正員　岩垣雄一
京都大学工学部　正員○木村　晃
奥村組　正員　植田浩吉

1．まえがき：本研究は，任意のスペクトル形を持った不規則波浪を応答関数法を用いて数値的にシミュレートする方法について述べるとともに，Pierson-Moskowitz スペクトルを期待スペクトルとして選び，そのシミュレーションを試み，結果について若干の考察を加えたものである。

2．周波数応答関数：一般に，入力を $x(t)$，応答関数を $k(\tau)$ としたときの出力 $y(t)$ は，

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}k(\tau)\,x(t-\tau)\,d\tau \qquad (1)$$

のように示される。また $k(\tau)$ のフーリエ変換は周波数応答関数と呼ばれる。すなはち，

$$K(f)=\int_{-\infty}^{\infty}k(\tau)\exp(-i2\pi f\tau)\,d\tau \qquad (2)$$

(1)式より，出力 $y(t)$ の自己相関々数 $R_{yy}(\tau)$ は

$$R_{yy}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}k(\sigma)\,d\sigma\int_{-\infty}^{\infty}k(\nu)\,d\nu\,R_{xx}(\tau+\sigma-\nu) \qquad (3)$$

ただし，R_{xx} は入力 $x(t)$ の自己相関々数である。(3)式の両辺を(2)式の関係を用いてフーリエ変換すると，

$$S_{yy}(f)=|K(f)|^2\,S_{xx}(f) \qquad (4)$$

となる。所要の不規則出力 $y(t)$ を得るためには，(1)式における入力 $x(t)$ は不規則信号であれば，そのスペクトル形はいかなるものであってもよいが，特にホワイトノイズと同様なスペクトル特性を持つものを用いると，(4)式はつぎのように簡単になる。

$$S_{yy}(f)=|k(f)|^2\,C \qquad (5)$$

一般には，$K(f)$ は複素関数であり，出力のスペクトルが既知であっても簡単に周波数応答関数を求めることはできない。(5)式を解析的に解いて，乱数よりノイマンスペクトルをシミュレートする応答関数を求めた日野の研究があるが，その手法は複雑であり，また一般性があるともいえない。

ここでは周波数応答関数を次式のように仮定し論議を進める。

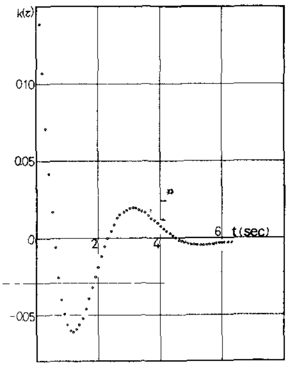


図-1；ホワイトノイズから Pierson-Moskowitz スペクトルを持つ波浪を作るための応答関数

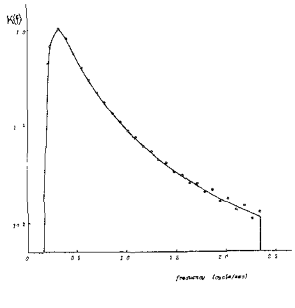


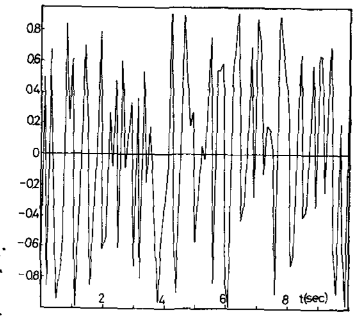
図-2；ホワイトノイズから Pierson-Moskowitz スペクトルを持つ波浪を作るための周波数応答関数

$$K(f) = \sqrt{S_{yy}(f)} \tag{6}$$

あるいは

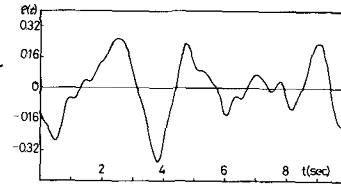
$$K(f) = i\sqrt{S_{yy}(f)} \tag{7}$$

シミュレートすべき期待スペクトルS_{yy}を決定し，(6)式もしくは(7)式に代入した後，逆フーリエ変換して応答関数$k(\tau)$を求め，(1)式に従ってホワイトノイズと同様のスペクトル特性を持つ不規則入力$x(t)$に対して応答関数を作用させると，所要のスペクトル特性を持つ不規則信号の時間記録$y(t)$を得る。



図−3；一様乱数の一例

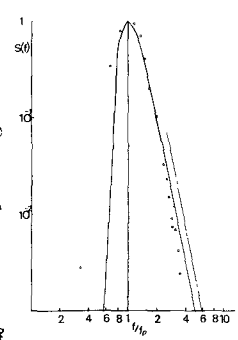
3．解析結果ならびに考察：前述したように，今回，期待スペクトルとして選らんだのは十分発達した風波のスペクトルとして最近よく用いられているPierson−Moskowitz スペクトルである。ただし一般性を持たせるためスペクトルはスペクトルのピーク値ならびにピーク周波数を用いて正規化してある。



図−4；図−3に示した一様乱数より(1)式を用いて発生させたPierson−Moskowitz波

$$S_{yy}(f) = \frac{S(f_p)}{(f/f_p)^5}\exp\left\{\frac{5}{4}\left(1-\frac{1}{(f/f_p)^4}\right)\right\} \tag{8}$$

図−1はホワイトノイズよりPierson−Moskowitz スペクトルをシミュレートする周波数応答関数を(6)式のように仮定した場合の応答関数$k(\tau)$で，$\tau \geq 0$の部分について示したものである。図−2は図−1に示した$k(\tau)$を逆フーリエ変換して得た値を理論値と比較したものである。ここで(8)式におけるf_pとしては0.3サイクル，$S(f_p)$は1.0としてある。また入力として用いた不規則信号は混合型合同方式による一様乱数であり，この方式による乱数の例を示したものが図−3である。図−4は図−3に示される乱数に，図−1の応答関数を作用させて得た波形であり，図−5は図−4で示される不規則波形をデータ数2048個，自由度40でBlackman−Tukey の方法を用いてスペクトル解析をした結果を示したものであり，低周波域を除いて理論値とよく一致しており，良好な結果が得られたといえる。また，周波数応答関数を(7)式のように仮定した場合もまったく同様の結果が得られた。以上のことより周波数応答関数を(6)式もしくは(7)式のように仮定することに問題はないといえる。



図−5；Pierson−Moskowitzスペクトル

最後にこの研究は文部省科学研究費による研究の一部であることを付記し，感謝の意を表する。