

SAND WAVES の 発生過程に関する研究

京大 防災研究所 正 芦田和男

大阪府 土木部 正〇木村昌弘

はしがき ; 本研究は砂礫粒子の確率的な運動特性と水流の乱流構造との関連のもとで河床波が形成されることを着くとともに, その構造および成長速度について考察したものである。

発生初期における河床波の構造 ; 河床の砂粒子が流体力を受けて河床から飛び出し, 河床近傍の平均流によって下流へ運搬され, ある距離移動して堆積する結果河床に凹凸を生ずるが, その変動は, 河床近傍の平均流速に秉って観測すれば

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \alpha_1 \int_{-\infty}^r F(u(m)) f(r-m) dm - \alpha_1 F(u(r)) \quad (1)$$

と表現される。ここに η : 河床高, $F(u)$: 流速が $u(u=u+\bar{u})$ の時に単位面積の河床から飛び出す砂の体積, $f(r)$: 飛び出した粒子の跳躍距離が r になる確率密度である。 $F(u)$, $f(r)$ を トレーサー実験から

$$r \geq 0 : f(r) = \frac{1}{\ell} e^{-r/\ell} \quad r < 0 : f(r) = 0 \quad (2)$$

$$u \geq u_c : F(u) = \alpha_2 \frac{u_*}{\sqrt{(\beta\rho-1)gd}} (u-u_c) \quad u < u_c : F(u) = 0 \quad (3)$$

とし^①, これらを(1)式に代入して両辺を t で積分し, $\nu = r-m$, とおけば

$$\eta = \frac{\beta}{\ell} \int_0^{\infty} \int_0^t \{u(r-\nu) - u_c\} dt e^{-\nu/\ell} d\nu - \beta \int_0^t \{u(r) - u_c\} dt \quad (4)$$

となる。ここに $\beta = \alpha_1 \alpha_2 u_* / \sqrt{(\beta\rho-1)gd}$, ℓ ; 平均跳躍距離, u_* : 摩擦速度, β, ρ : 砂および水の密度, $\alpha_1 = 1/(1-e)$ e : 空隙率である。 η は確率変数であるから, その特性を知るために, 距離 r の2点について相関関数を求めれば

$$\begin{aligned} R_\eta(r, t) = & \beta^2 \left[\frac{1}{\ell^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^t \int_0^t R_u(r+\nu_1-\nu_2, \tau) dt_1 dt_2 e^{-\nu_1/\ell} e^{-\nu_2/\ell} d\nu_1 d\nu_2 \right. \\ & - \frac{1}{\ell} \int_0^{\infty} \int_0^t \int_0^t R_u(r+\nu_1, \tau) dt_1 dt_2 e^{-\nu_1/\ell} d\nu_1 \\ & - \frac{1}{\ell} \int_0^{\infty} \int_0^t \int_0^t R_u(r-\nu_2, \tau) dt_1 dt_2 e^{-\nu_2/\ell} d\nu_2 \\ & \left. + \int_0^t \int_0^t R_u(r, \tau) dt_1 dt_2 \right] \quad (5) \end{aligned}$$

となる。ここに $R_\eta(r, t) = \overline{\eta(r, t) \eta(r+r, t)}$, $\tau = t_1 - t_2$
 $R_u(r, \tau) = \overline{u'(r, t_1) u'(r+r, t_2)}$, $u' = u - \bar{u}$ である。

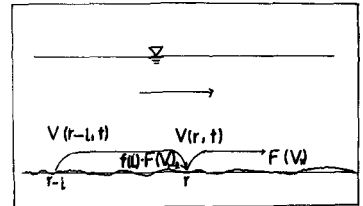


図-1 概念図

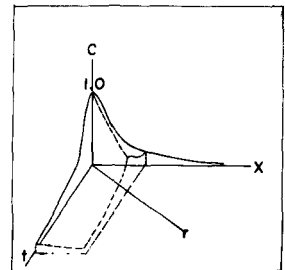


図-2 相関関数

・この平均流に乗った座標系からみた時空間相関関数を

$$R_u(\tau, t) = \overline{u_b^2} \cdot e^{(-\tau/L)} \cdot e^{(-\tau^2/t_0^2)} \quad (6)$$

と表示すれば、(5)式は

$$R_\eta(\tau, t) = \beta^2 \overline{u_b^2} \int_0^t \int_0^t e^{-(t_1 - t_2)^2/t_0^2} dt_1 dt_2 \left\{ \frac{1}{1 - (L/2)^2} e^{-\tau/L} - \frac{L/2}{1 - (L/2)^2} e^{-\tau^2/2L} \right\} \quad (7)$$

となり、 t 時間係における河床波の相関関数が得られる。ここに $\pi/2 t_0$: Euler 的積分時間スケール ; L : 平均流に乗った座標系からみた乱れの長さスケール (≡ Lagrange 的長さスケール) である。河床波の成長度を示す分散は、

$$R_\eta(0, t) = \beta^2 \overline{u_b^2} \int_0^t \int_0^t e^{-\tau^2/t_0^2} dt_1 dt_2 \left(\frac{L/L}{1 + L/L} \right) \quad (8)$$

であたえられる。また河床波のパワースペクトルは、これをフーリエ変換して

$$S_{R_\eta}(K) = \beta^2 \overline{u_b^2} \int_0^t \int_0^t e^{-\tau^2/t_0^2} \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{1 - (L/2)^2} \right) \left(\frac{1}{1 + (LK)^2} - \frac{1}{1 + (L/2K)^2} \right) \quad (9)$$

として得られる。この式より $K = 1/\sqrt{L}$ あるいは波長 $\lambda = 2\pi\sqrt{L}$ において、パワースペクトルはピーク値を持つことが分かる。このことは Sand waves は発生初期段階において、 $\lambda = 2\pi\sqrt{L}$ でパワースペクトルのピークを持ち、かつそれは (8) 式で与えられる速さで成長していくことを示している。

粒子の跳躍距離 λ , 及び乱れスケール L ; 粒子の跳躍距離については、多くのトレーサ実験から平滑河床において $\lambda = (100 \sim 200) d$ (d : 粒径) という結果が得られている。一方乱れスケールについては実験的あるいは理論的に種々の関数形が発表されているが Englund により導びかれた Euler 的スケールの表現を余弦による方法を用いて Lagrange スケールに変換すれば

$$L_b = 0.0615 H \cdot \overline{u_b}/u_* \cdot \overline{u_b}/\sqrt{\overline{u_b^2}} \quad (10)$$

となる。ここに H : 水深 $\overline{u_b}$: 河床付近の平均流速 $\sqrt{\overline{u_b^2}}$: 河床付近の乱れ強度 (r.m.s) である。河床近傍において $\overline{u_b} \approx u_* \approx \sqrt{\overline{u_b^2}}$ とかけば $L_b \approx 0.06 H$ となる。乱れスケールのもう一つの表現として、河床近傍の長さスケールが粒子配列に支配されるとして導びかれる $L_R = k_0 d$ (k_0 : ある定数) を用いれば、これら 2 つの表現より発生初期におけるピーク波長は、それぞれ $\lambda_{D1} \approx 19.1 \sqrt{Hd}$, $\lambda_{R1} \approx 6.2 \sqrt{Hd}$ となる。河床波が成長し、河床波凸部下流に形成されるはく離が粒子運動を支配するようになると、粒子の跳躍距離は河床波の波長に対応すると考えられ、これに伴って波長は $\lambda_{D1} = 2\pi\sqrt{L\lambda_{D1}}$, $\lambda_{R1} = 2\pi\sqrt{L\lambda_{R1}}$... と変化し最終的には初期の λ には無関係に $\lambda = (2\pi)^2 L$ となる。これが安定時の波長とすれば $\lambda_D = 2.42 H$, $\lambda_R = 9.86 k_0 d$ となる。これは Dune の波長は水深に、Ripple のそれは粒径に比例するという経験的な事実と対応しており興味深い。

Sand waves の波長及びその成長速度 ; 上で導びかれた Dune の波長は $2.42 H$ であり経験的波長 $5 H$ と一致しないが、これは河床近傍の乱れスケールの推定精度によるものと考え

れ 現状ではやむを得ない。むしろ経験的の長さから推測して $L = 0.126 H$ とする方が妥当であるとも考えられる。これを用いると $\lambda_{DI} = 27.3 Hd$ $\lambda_D = 5H$ となる。Ripple についても同様に経験的の長さを用いれば $\lambda_{RI} = 335d$ $\lambda_R = 750d$ となる。一方河床波の成長速度にノリては 乱れの時間スケールに比して河床変動の時間スケールは大きいので ($t \gg t_0$)

$$\int_0^t \int_0^t \exp\{(t-t_0)/t_0\} dt_1 dt_2 \div \frac{t_0}{2} t \quad (11)$$

と近似でき、これと $t_{ED} = \pi/2 t_0 = 0.15 H/U_*$ $t_{ER} = k_0 d/U_0$ を(8)式に代入すれば

$$\delta_\eta^2/H^2 = 4.2 \times 10^{-2} \alpha_2^2 \frac{L/L}{(1+L/L)} \tau_* t_0' \quad (12)$$

$$\delta_\eta^2/d^2 = 1.86 k_0^2 \alpha_2^2 \frac{L/L}{(1+L/L)} \tau_* t_R' \quad (13)$$

となる。ここに $t_0' = t/t_{ED}$ $t_R' = t/t_{ER}$, $U_* \approx U_0 \sqrt{1/\beta}$ $\tau_* = U_*^2 / (\beta g d - 1) g d$ である。

定数 α_2 の決定 ; 単位時間に河床の粒子が飛び出す平均確率は(3)式より

$$\bar{P}_S = \alpha_2' \frac{U_b - U_c}{d} \frac{U_*}{\beta g d - 1} \quad (14)$$

となる。(左辺、 α_2 と α_2' は粒子の配列によつて若干の差はあるが、ここでは等しいものとする) 矢野⁽²⁾ は粒子 (トレーサ) 実験より $\bar{P}_S$ を求め、他の実験者の結果も含めて、 $\bar{P}_S d / \sqrt{\beta g d - 1}$ と $(U_* - U_c)$ との関係で整理したが、これを $\bar{P}_S d / \sqrt{\beta g d - 1} g d \sim U_* (U_* - U_c) / (\beta g d - 1) g d$ で整理し直せば図-3になる。これより $\beta d = 3.0 U_* (U_* - U_c) / \sqrt{\beta g d - 1} g d$ なる関係式が得られ、(14)式において $U_b = U_*$, $d = 150d$ としたものと比較して $\alpha_2 = 0.02$ が得られる。

表-1 実験条件

RUN	流量 Q (l/sec)	二重配 I (10%)	摩擦係数 $U_* (cm/s)$	粒子 サイズ数 Red
7	30	0.166	3.73	18.6
8	35	0.20	4.17	20.9
9	35	0.25	4.50	22.5
10	40	0.25	4.69	23.4

実験及び解析方法 ; 実験水路は全長 20 m、150 cm の鋼管で水路中央部 9 m は両辺ガラス張である。用いた砂は平均粒径 0.5 mm のほぼ均一砂である。まず砂を厚さ 13 cm に敷き、スクレーパーで所定の二重配にした後、通水し、初期においては 5 分 ~ 10 分間隔、通水後 30 分以後は 15 分 ~ 30 分間隔で最大の時間まで河床の凹凸を計測した。河床の計測は超音波河床測定器を図-4 に示すように台車に固定し、水路に沿って 25 cm/sec で移動させることにより、行なつた。各実験条件は表-1 に示す通りであり、計測器より出力されるデータは磁気テープに集録し、電子計算機により自己相関関数及びパワースペクトルを計算した。なお各データの個数は 1500 点、最大ずり数 150 点

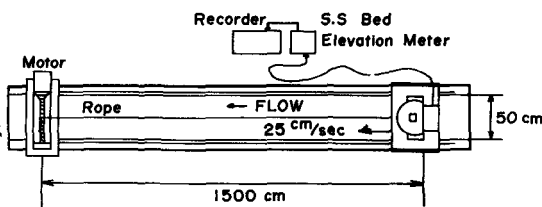


図-4 実験装置

・最小読み取り間隔 0.5 cm である。

分散の増加速度 ; これらの実験範囲は芦田道上の領域区分にしたがえば Dune の領域であり、分散の増加速度は(12)式で表わされる。 $K_s = 0.05$ として(K_s : 相当粗度)計算した初期河床の u_b を用いて分散の増加速度を求め、実験値と比較

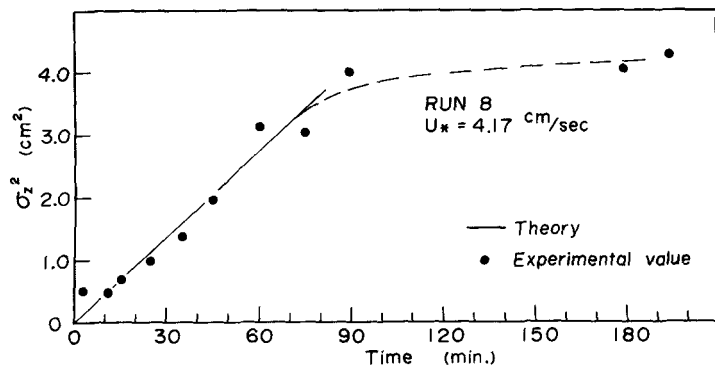


図-5 河床波の分散の時間的変化

したものの一例が図-5であり両者はよく一致する。他の RUN について理論は実験値とよく一致し理論の妥当性を示すと同時に分散の増加速度は u_b の増加によって急激に増大することが知られる。理論式は河床波が流れに影響を及ぼさないと仮定されたものであるが、これが河床波がほぼ安定するまで実験値と一致するのは、はくりに伴う形状抵抗により掃流力が増加しても河床波の成長に寄与する有効な掃流力が変化しないためであろう。

ピーク波長 ; 初期と安定後のピーク波長の計算値と実験値を比較したのが図-6であって、乱れスケールとして上述の 0.126H を用いた場合に RUN 7 を除いて両者はほぼ一致する。RUN 7 は Ripple の領域にあるものと考えられそれに対する波長 $\lambda_p = 750d$ を用いると実験値に近づく。

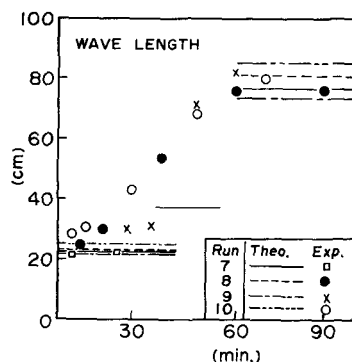


図-6 初期および安定後のピーク波長

パワースペクトル ; 図-7は通水初期における河床波のパワースペクトルと理論的に求めたそれを比較したものの一例である。ピークを生ずる波数は理論と実験で一致するが、理論値は実験値に比し高波数側のパワーが高くピーク付近の集中度は低い。これは比較的早い時期に形成されるはく離を全く考慮していないことと、砂河床の凹凸が安息角を越えないという砂自身の特性を本理論において考慮していないためである。事実、はく離の存在を考慮し

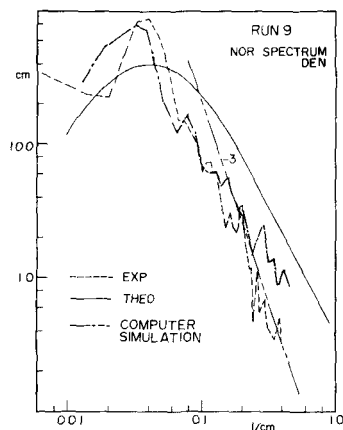


図-7 理論と実験におけるパワースペクトルの比較

たコンピュータシミュレーションにより算定したスペクトルは実験値と比較的よく一致し、又高波数側における実験スペクトルの急配は日野によって導かれた3乗に一致する。これより河床波の構造を本願的に支配するのは乱れの構造であり、砂自身の特性は単なるフィルタ作用として働いておらずと結論される。以上理論と実験により、Sand waves が形成され次第に一定のパターンに発達していく過程が明確に把握された。参考文献 ; ① 木村孝三 砂連の発生機構に関する研究 京大博士論文 ② 矢野土屋通上 砂れきり安定機構の確率過程としての特性について 京防大年報 11.B