

開水路輸送システムの解析法について

京都大学工学部 正 員 梶 義典
鳥取大学工学部 正 員 常 松 孝昭
京都大学大学院〇序生員 後 史郎

1. まえがき

水輸送システムには、管路による圧力輸送法と、開水路による重力輸送法の二つがあるが、グラフ理論を用いた管路による水輸送システムの流量解析については、前報で述べた。^{1,2)} 本論文では、不定流を対象として、開水路系を集中定数系として扱い、グラフ理論を適用したシステムの流量解析法を行なった。さらに、モデルケースについて、数値シミュレーションを行ない、分散定数系として扱い、両場合との比較を行なった。

2. グラフ理論を用いた開水路輸送システムの流量解析

一般に、開水路系を集中定数系として扱う場合、その基礎となるのは、貯留方程式と、連続方程式である。貯留量 S に影響を及ぼす因子としては、水路の水理学的、幾何学的特性 α 、流入量 I 、流出量 O が考えられる。 α は水路に固有のパラメータであるから、貯留量と、流入・流出との間には、 $S=f(I)$ 、 $S=g(I, O)$ の関数関係を規定することが出来る。ここでは、水路を一樣と考える、次のような関係式を用いる。³⁾

$$S = \alpha(I^n + O^n) \quad (1)$$

また、連続方程式は、前記の如く

$$\frac{dS}{dt} = I - O \quad (2)$$

水路が、網目状でなく、樹枝状であり、しかも分岐がなく、合流のみである場合を考えると、水路系は、トリ－システムと考えることが出来る。また、流量 I 、 O はグラフの各枝について、定義され、貯留量 S は、グラフの各節点について定義される状態変数であるから、グラフ理論を適用することが出来る(図-1)。基礎方程式(1)、(2)を行列およびベクトルを用いて、統一的に表現すると、以下のようになる。

貯留方程式は

$$S = C \{ (\bar{A}Q) * N + (\bar{A}Q + Q) * N \} \quad (3)$$

連続方程式は、

$$DS = (\bar{A}Q + Q) - \bar{A}Q \quad (4)$$

ここに、 S ; 貯留量ベクトル、 C ; α を成分とする対角行列、 N ; n を成分とする対角行列、 $\bar{A}$; 出連結行列、 $\bar{A}$; 入連結行列、 $\bar{A}$ 、 $\bar{A}$ を用いれば、接続行列 A は $A = \bar{A} - \bar{A}$ 、 D ; 時間微分演算子、 Q ; 流量ベクトル、 Q ; 流量を成分とする対角行列、 Q ; システム全体の節点への流入量ベクトルである。また、符号 * は $\{a_{ij}\} * \{b_{ij}\}$ において、 $a_{ii}b_{ii}$ なる

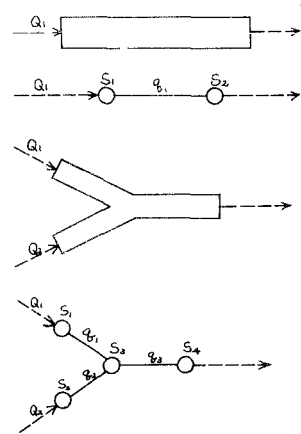


図-1

演算を意味する。

(4) 右時間微分、同様なり、 Q を左にかけ、 Q に代入すると、次の式が得られる。

$$NC(\bar{A}Q) * (N - E) DQ + \bar{A}Q$$

$$= -NC(\bar{A}Q + Q) * (N - E) D(\bar{A}Q + Q) + \bar{A}Q + Q \quad (5)$$

(5) が、シンクノードを除いた m 個の節点へ流入する、枝を定義される m 個の未知流量間の関係を示す微分方程式である。(5) の左辺は、ある節点に対して、流出する流量のみにあり、右辺は、節点へ流入する流量のみにある。つまり、枝の番号付けを上流側から、順序よく行ない、上流側から、計算を行なえば、右辺はすべて、既知量となる。(4) が、(5) は $\bar{A}Q$ について、一階の非線形常微分方程式系となり、電子計算機を用いて、数値積分を行なえば、その解を求めることができる。

3. 計算例

計算に用いた水路は、底勾配 $i = 1/1000$ 、幅 $B = 100m$ 、Manning の粗度係数 $n = 0.025 (m - sec)$ 、区間長 $32 km$ の一様断面矩形断面水路である。上流端における境界条件として、継続時間 12 時間、基底流量 $300 m^3/s$ 、ピーク流量 $800 m^3/s$ の時間～流量曲線を用いた。

分布型貯留モデルとしては、Dynamic Wave モデルを用い、2 step-Lax-Wendroff 法で数値計算を行なう。計算条件としては、 $\Delta X = 400m$ 、 $\Delta t = 50 sec$ とした。

集中型貯留モデルについては、 $\Delta t = 60 sec$ 、 $\Delta X = 800m$ とし、計算を行なう。① の定数 n 、 α は、それぞれ $n = 3/5$ 、 $\alpha = 22300$ とする。

得られた結果を図示すれば、図-2、図-3 となる。図-2 は、上流端と下流端とのハイドログラフであり、図-3 は、貯留量～時間曲線である。図-2 からわかるように集中型貯留モデルと、Dynamic Wave モデルとは、ハイドログラフの形状があまり逆で、ピーク付近を除いて、よく一致している。集中型貯留モデルの作成、若干減衰効果が見えようである。このことは、図-3 の貯留量をみればよくわかる。ピーク流量、貯留量を一致させるために、 α の値をもう少し、大まかにとればよいであろう。また、計算時間は、Dynamic Wave モデル約 5 分に対し、集中型貯留モデル 40 秒と、主目的は短かく、電子計算機使用の立場を考えると、計算時間、プログラムミスの容易さからみて、有効な手法と言える。

参考文献 1) 若佐義朗、常政孝昭、尾崎孝昭；管路輸送システムの数理特性について

2) 若佐義朗、常政孝昭、尾崎孝昭；管路に於ける水輸送システムの応答特性について

3) 若佐義朗、常政孝昭、関正和；洪水伝播と貯留特性の比較について

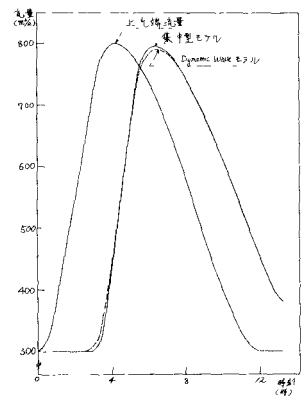


図-2

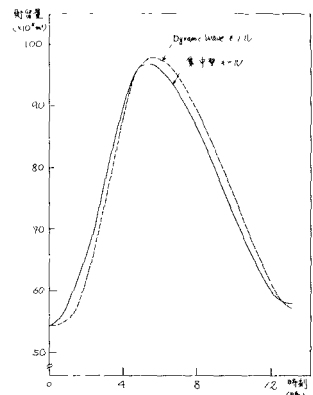


図-3

昭和47年度国土庁水工学研究委員会報告第17

第17回年度研究報告会報告書要旨 第151

昭和47年度国土庁水工学研究委員会報告第17