

円管路内の粒子濃度分布について

京都大学工学部 正 員 岩佐義胡
 京都大学大学院 学生員 富所五郎
 京都大学大学院 学生員 ○ 葛山文治
 前田建設工業 梅津俊昭

一. 研究の目的

本研究は、円管路内を乱流状態で輸送される粒子の、濃度分布に関する従来の理論的諸結果を実験的に検討し、その問題点を示すことを意図したものである。

二. 従来の研究

従来の研究は、一般に Fick の拡散方程式を基礎として、拡散係数を適当に仮定したり、問題を 2 次元に単純化したりして解こうとしたものである。ニニでは代表的濃度分布式として、Kennedy¹⁾、Durand²⁾、小川³⁾の研究をとり上げる。

(i) Kennedy 他¹⁾の研究¹⁾ 管路の中心を Z 軸とする円筒座標系 (r, θ, z) を考える。 $\vec{v}$ を乱れ速度とすれば、 $-\vec{v} = \epsilon_r \frac{\partial}{\partial r} \vec{e}_r + \epsilon_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \dots (1)$ を得る。また壁面での境界条件を考えれば、 $\epsilon_r \frac{\partial}{\partial r} - w_0 \cos \theta = 0 \dots (2)$ ($r = r_0$ の場合) を得る。流れが平衡状態になった時を考えれば、 $\text{div}(\vec{v} + w_0 \vec{e}_z) = 0 \dots (3)$ が成立する。(2) 式と (3) 式に代入すれば、 $\frac{\partial}{\partial r} \{ r(\epsilon_r \frac{\partial}{\partial r} - w_0 \cos \theta) \} + \frac{\partial}{\partial \theta} (\frac{1}{r} \epsilon_\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + w_0 \sin \theta) \dots (4)$ となる。ニニで $\epsilon_r, \epsilon_\theta$ を、 $\epsilon_r = \epsilon_\theta = \epsilon = m r_0 u_*$ (-定) $\dots (5)$ とおけば (4) 式は解かれ、 $C(r, \theta) = C_0 \exp \left\{ \frac{w_0 r}{m u_* r_0} \cos \theta \right\} \dots (6)$ という濃度分布式が得られる。ニニで、 $\epsilon_r, \epsilon_\theta$ ；それそれ r, θ 方向の拡散係数、 C ；濃度、 $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$ ；それそれ r, θ 方向の単位ベクトル、 w_0 ；粒子の沈降速度、 m ；定数、 u_* ；摩擦速度、 C_0 ； $r = 0$ のときの濃度、 α ；管の傾斜角である。

(ii) Durand²⁾による研究 O'Brien が与えた濃度分布に関する基礎方程式、 $\frac{d}{dz} (\epsilon_z \frac{dC}{dz}) + w_0 \frac{dC}{dz} = 0 \dots (7)$ とおいて、 ϵ_z として運動量の滑動粘性係数 ϵ を用い、 $\epsilon = u_* K z \cdot (1 - z/\alpha) \dots (8)$ と仮定して (7) 式を積分すれば、 $C/C_0 = \left\{ \frac{h-z}{z} \cdot \frac{\alpha}{h-\alpha} \right\}^2, z = w_0/K u_* \dots (9)$ を得る。Durand は $u_* \propto u_m$ と仮定して、 $C = K \{ D/z - 1 \}^2, z' = K'/u_m \dots (10)$ を得た。ニニで、 K ；カルマン定数、 α ；木深、 α ；底面からの距離、 C_0 ； $z = \alpha$ での濃度、 K, K' ；定数、 D ；管の内径である。

(iii) 小川³⁾による研究

小川は濃度分布が水平方向にはほぼ一様であるという点に着目し、無限に続く平行 2 平面間の 2 次元流れを考え、その中に両平面に接する仮想的な円管を考えて、 ϵ_z として、 $\epsilon_{uz} = \frac{1}{r_0} \int_0^r \epsilon dz = -\frac{16}{9} r_0 u_* K \dots (11)$ を用いて (9) 式より $C/C_0 = \exp \left\{ -12.7 \cdot \frac{w_0}{r_0 u_*} (z - \alpha) \right\} \dots (12)$ を得た。

三. 実験⁴⁾

(i) 実験装置および方法 装置 実験装置は図-1 のような全長約 20m、内径 5.24cm の循環式パイプラインである。また使用した粒子は、比重 2.50 の球形ガラスビーズで、粒径

は44~74 μ 、および74~125 μ の2ケースである。

実験方法 まず所定の量の粒子を木槽に投入し、ポンプにより管路内に循環させ定常状態にする。つぎに濃度の測定、ピエゾホールの測定を行ったあと、純圧管を断面中心を通る鉛直線上に上下し、断面の各点での局所平均流速を測定するとともに、粒子をピクノメータに採取し、体積濃度分布を求めた。平均流速および平均体積濃度は、ホースを木槽より取りはずして吐出し量を容器に受け、所用の時間を計ることにより求めた。

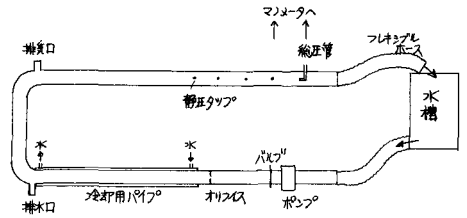


図1 (実験装置の模式図)

(i) 実験結果 実験結果は表-1、表-2にまとめられている。ここで、 d : 粒径(μ)、 U_m : 平均流速(cm/sec)、 C_0 : 平均体積濃度(%), w_0 : 粒子の沈降速度(cm/sec)、 ε : 粒子の拡散係数($\frac{cm^2}{sec}$)である。(ε の計算に当っては、濃度分布の測定値から、(5)、(6)式を用いて計算した。) 表の m 、 κ 、 m' 、 κ' はそれぞれ Kennedy の理論式の m (5式参照)、流速分布より求めるカルマン定数、小川の理論式(5式)の m に相当するもの ($m' = -\frac{6}{187} \kappa$)、Durand の理論の κ' (6式参照) である。

'	RUN	d	U_m	C_0	w_0	U_m	ε	m	κ	m'	κ'
1	1	74-125	227.6	0.80	0.8986	11.131	3.893	0.134	0.277	0.114	57.87
2	"	"	183.7	0.76	0.8147	9.248	3.017	0.125	0.277	0.114	59.39
3	"	"	154.6	0.87	0.8284	7.746	2.588	0.128	0.266	0.118	58.73
4	"	"	128.1	0.83	0.8205	6.588	2.046	0.119	0.239	0.132	58.32
5	"	"	99.5	0.72	0.7771	5.299	1.604	0.116	0.239	0.132	58.76
2	1	"	229.5	1.83	0.8068	11.241	3.961	0.135	0.277	0.114	46.00
2	"	"	189.9	1.86	0.8147	9.453	3.257	0.132	0.252	0.125	52.63
3	"	"	150.7	1.75	0.8087	7.827	2.554	0.125	0.247	0.128	53.57
4	"	"	126.7	1.87	0.7990	6.588	1.960	0.114	0.243	0.130	52.67
5	"	"	97.8	1.84	0.8048	5.299	1.577	0.114	0.210	0.150	58.53
3	1	"	228.0	2.56	0.8010	11.215	4.064	0.187	0.266	0.118	60.13
2	"	"	187.5	2.79	0.8402	9.405	3.068	0.125	0.252	0.125	57.22
3	"	"	153.9	3.72	0.8146	7.852	2.918	0.119	0.216	0.146	58.89
4	"	"	125.3	3.88	0.8010	6.649	2.038	0.117	0.207	0.152	58.08
5	"	"	100.1	3.67	0.8068	5.403	1.444	0.102	0.198	0.159	57.07
4	1	"	226.0	2.40	0.8205	11.487	4.367	0.145	0.266	0.118	48.87
2	"	"	182.5	2.22	0.8147	9.573	3.612	0.144	0.223	0.141	44.10
3	"	"	148.9	2.48	0.8186	7.973	2.632	0.126	0.207	0.152	45.23
4	"	"	122.5	2.77	0.8029	6.713	2.058	0.117	0.185	0.170	48.93
5	"	"	97.3	2.77	0.7951	5.546	1.424	0.098	0.182	0.173	56.60

表-1

RUN	d	U_m	C_0	w_0	U_w	ε	m	κ	m'	κ'
5-1	44-74	230.3	0.92	0.7976	10.925	3.479	0.122	0.285	0.107	20.75
2	"	190.2	0.87	0.7929	9.282	3.052	0.126	0.288	0.109	19.13
3	"	153.7	0.82	0.7935	7.663	2.680	0.134	0.277	0.114	15.99
4	"	126.4	0.74	0.7904	6.411	2.276	0.136	0.271	0.116	20.92
5	"	100.1	0.79	0.7929	5.226	1.555	0.114	0.283	0.111	16.78
6	"	83.7	0.68	0.7941	4.390	1.398	0.122	0.271	0.116	18.12
6-1	"	231.8	1.71	0.7898	11.029	3.265	0.113	0.277	0.114	19.91
2	"	190.5	1.72	0.7898	9.282	2.699	0.111	0.261	0.121	19.69
3	"	154.9	2.02	0.7873	7.827	2.297	0.112	0.277	0.114	19.97
4	"	123.7	1.90	0.7923	6.490	1.870	0.110	0.266	0.118	20.21
5	"	100.7	2.17	0.7873	5.335	1.524	0.109	0.235	0.134	18.41
6	"	84.3	2.04	0.7852	4.547	1.299	0.109	0.227	0.139	16.88
7-1	"	225.6	3.71	0.7880	11.287	4.081	0.138	0.283	0.111	15.60
2	"	186.1	3.64	0.7859	9.385	3.197	0.130	0.271	0.116	17.80
3	"	153.1	3.71	0.7923	7.818	2.499	0.122	0.252	0.125	19.15
4	"	124.1	3.54	0.7917	6.478	2.105	0.124	0.235	0.134	19.50
5	"	99.9	4.12	0.7866	5.345	1.456	0.104	0.216	0.146	18.07
6	"	83.6	3.09	0.7886	4.519	1.326	0.112	0.231	0.136	21.08

表-2

四、結論

最後に本実験により明らかになったことを要約すれば、(i) 濃度分布は各理論式が示しているように、指数形分布をしている。(ii) Kennedy の式は粒径が小さく、低濃度の場合には適用できるが、粒径が大きかったり、高濃度になると適用できなくなる。(iii) 小川の式も実験値との違いは大きい。カルマン定数の変化を考慮すれば比較的に合うようになるが、まだばらつきが大きい。

(iv) Durand の式は粒子の沈降速度が違っていると全く合わない。また沈降速度を考慮しても、実験値とのばらつきが大きい。一の4点である。

参考文献

- 1) Kennedy, J. F. : The distribution of suspended sediment in turbulent flows in circular pipes, Institute of Hydraulic Research, Iowa Univ., Iowa city, Iowa U.S.A (1971)
- 2) Durand : Basic relationships of the transportation of solids in pipes, Experimental research, Proc. Minnesota International Hydraulics Convention, I.A.H.R., 89~103 (1953)
- 3) 小川元 : 管内における砂の沈降速度と沈降量について, 土木学会誌, 40巻, 7~10 (1955)
- 4) 橋本俊昭 : 円管路内の粒子濃度分布に関する研究 京都大学卒業論文 (1973年3月)