ダム群の治水・利水操作に関する近似解法

京都大学工学部　正　員　高棹琢馬
京都大学大学院　学生員　小尻利治
京都大学大学院　学生員　○丸岡　昇

1．はしがき

治水あるいは利水目的におけるダム貯水池群の一般的かつ合理的な管理方式を確立するための基礎的研究として，著者らはDP利用によるダム群統合操作方式の決定に関する考察を進めてきた。本研究は，ダム群の最適操作方式を確立するための基礎となる，計算法として，再度目的関数を定義するとともに近似解法としてのDDDPの手法を適用しその可能性を検討した。以下では治水目的について述べ，利水の場合は省略する。

2．洪水調節の目的と目的関数

著者らは，ダム群による洪水調節の目的を，各評価地点におけるピーク流量と，許容流量との比を最小にすることと定義し，つぎのように表わした[1]。すなわち

$$k \equiv \max\left\{\frac{Q_{ip}}{Q_{id}}\right\} \longrightarrow \min \quad (i=1,2,\cdots\cdots,m) \cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

ここに，mは評価地点数，Q_{ip}，Q_{id}はそれぞれ，評価地点iにおけるピーク流量，許容流量である。さらに，DPによる定式化を行なうため，流量，時間を離散的に取り扱い，従来は，目的関数として $J=\sum_{i=1}^{m}\sum_{t=1}^{T}D_i\{Q_i(t)\}\cdots\cdots(2)$ を採用してきた。ここに$D_i\{Q_i(t)\}$は評価関数であり，評価地点が1個の場合は，DPの特性より凸関数であればよい。また，多評価地点においては，地点相互間の影響を重視して各地点に重みa_iを導入した最適評価関数として，$D_i\{Q_i(t)\}=(mT_0)^{a_iQ_i(t)-b}\cdots\cdots(3)$ を提案した。ここにa_iは$a_iQ_{id}=C$なる自然数である。しかしながらこの型の目的関数を用いると，重大な計算上の困難を生じ，対象としうるダム群が強い制限を受けることがわかっている。そこで本研究では，(3)の型の目的関数は用いずに，ダム群による洪水調節の目的である(1)式をそのまま，目的関数として用いることとした。(1)式を目的関数として用いたDPによる定式化は次のように表現される。

$$f_T(S_1,S_2,\cdots\cdots,S_N)=\max_i\left[\left\{\sum_{(k)i}(S_k(T)+I_k(T)-C_k)+\sum_{(j)i}q_j(T)\right\}\Big/Q_{id}\right]\cdots\cdots(4)$$

$$f_t(S_1,S_2,\cdots,S_N)=\min_{\{O(t)\}}\left[\max\left\{\frac{Q_1(t)}{Q_{1d}},\frac{Q_2(t)}{Q_{2d}},\cdots,\frac{Q_m(t)}{Q_{md}},f_{t+1}(S_1+I_1(t)-O_1(t),\cdots\cdots,S_N+I_N(t)-O_N(t))\right\}\right]\cdots(5)$$

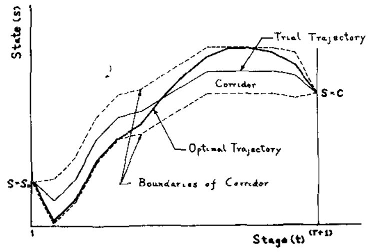
$$f_t(S_1,S_2,\cdots,S_N)=\min_{\{O(t)\}}k_t\cdots\cdots(6)\quad,\quad k_t=\max_{\substack{1\le i\le m\\ t\le\tau\le T}}\left\{\frac{Q_i(\tau)}{Q_{id}}\right\}\cdots\cdots(7)$$

この(1)式をそのまま目的関数に用いたDPの式を用いると，(3)式を用いた場合とは完全には一致せずピーク継続時間が若干長くなる傾向にある。このことは(3)式を用いた制御結果は単にkの値を最小にするばかりでなく，その条件のもとで，ピークの継続時間を最小にするものであることを考えれば[2]，当然の結果といえる。しかしながらkを最小にすることが目的である以上，ピークの継続時間は2義的なものと考えれば，2種類の目的関数によるダム群最適制御の解は等価であると考えられ，したがって，目的関数に(3)式を用いることによる計算上の困難は，目的関数に(1)式を用いることで避けることが可能となる。ま

た計算時間の点からも有利である。すなわち大巾な計算時間の短縮がはかれるのである。

3，DDDP（Discrete Differential Dynamic Programming）

複数の貯水池を対象とする場合，DPの式をそのまま解いて，解を求めることは，理論上可能であるが，実際には，計算時間上，あるいは計算機の記憶容量上の制限から計算が不可能となるのが現状である。このような，DPの手法を使用する際につきまとう多次元性の困難を克服すべく種々の，次元の節減化法が提案されているが，ここでは次元の節減化とは異なる手法で，上述の困難を克服しようとするものとしてDDDPについて説明を行い，あわせて，実際に計算した結果により検討を加える。DDDPの手法は，次元はそのままにして，状態変数の変域を制限して，状態量を減らした効果を期待するものでありInvertible Systemつまり状態変数と決定変数の数が等しいシステムに対して有効である[3]。あきらかに，ダム群はこの条件を満足している。DDDPの手法をダム群の最適制御の場合について述べると，まず実行可能な放流量系列を考え，その放流量系列に対応するダム貯水量すなわち状態変数の系列をもってTrial Trajectoryとし，その適当な近傍Corridor内でDP計算を行ない，Corridor内での局所的な最適解を求める。続いてその局所的な最適解を次の段階でのTrial Trajectoryとして用い，このようなDP計算を繰り返すことにより全体的な最適解を得ようとするのである。この手法の欠点は，局所的な最適化が必ずしも全体的な最適化へとつながらず局所的な最適解でとどまってしまう可能性のあることである。この欠点への対応策としては，厳密にとかれている問題に適用して正しい結果が得られているかどうかチェックする。初期Trial Trajectoryを種々変化させて，解の変化を見る。できうるかぎり，Corridorの巾を広くして，計算時間を犠牲にしても，厳密解になるべく近い状態でとくなどが考えられる。2ダムの並列型で評価地点の数が1，2，3，の3つの場合について実際に計算を行なったが，従来厳密に得られている解と完全に一致する場合があるなど，得られた結果はかなり良好であり，しかも計算時間は非常に短い。計算結果より見てDDDPの手法は今後極めて有力であると考えられる。ところで，実際にDDDPの適用を行なうにあたってはCorridorの巾をどの程度にとればよいかの問題が生ずる。計算上の便宜からは巾をなるべく小さくとりたいのであるが，巾を実際に変化させて計算を行った結果では小さくとれば局所的な最適解にとどまる恐れが増し現在のところはできる限り巾を大きくとることが望ましい。



4．あとがき

以上本研究では，ダム群の最適制御方式を求める手法を確立すべく，目的関数の提案と定式化を行ない，その目的関数を用いた近似解法としてのDDDPの適用を行ない可能性を検討した。今後はこの成果を踏まえて現実河川への適用をはかりたい。

参考文献 1）横田；洪水時におけるダム貯水池の適応制御に関する基礎的研究，京大修士論文，1977

2）同　上

3）Manoutchehr Heidari, VenTe Chow, Peter V. Kokotović and Dale D. Meredith; Discrete Differential Dynamic Programming to Water Resources Systems Optimization, University of Illinois, 1971