

履歴振動系の等価減衰について

京都大学 工学部 正 員 竹宮宏和

京都大学 大学院 学生員 〇森 邦久

1. まえがき 強震を受ける多くの土木構造物は、直ちに破壊に至らず、降伏点を越えて応答し、外力のエネルギーを履歴エネルギーとして消散する。この非線形応答評価を、積極的に耐震設計へ導入する必要がある。不規則振動論では、非線形履歴系を直接解析することが困難であるので、従来、等価線形化が試みられている。本報告では、white noise 外力を受ける bi-linear 履歴系の遷移応答領域で、逐次、等価線形化を試み、シミュレーション結果と比較している。

2. 解析の手法 解析の対象とする 1 自由度系は、図 1 に示す安定な bi-linear 履歴復元力を持つ。 β_0 , ω_0 をおのおの粘性減衰定数, 小振りの非減衰固有円振動数とすると、bi-linear 履歴系、及びその等価線形系の運動方程式は、おのおの下記の式で表わされる。

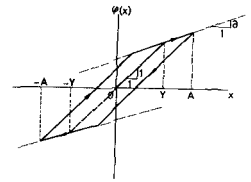


Fig.1 Restoring Force Characteristic

$$\ddot{x} + 2\beta_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2\phi(x) = f(t) \quad (1) \quad \ddot{x} + 2\beta_{eq}\omega_{eq}\dot{x} + \omega_{eq}^2x = f(t) \quad (2)$$

いま β_{eq} , ω_{eq} を求めるに、各時間 step における両者のエネルギー消費率、平均周波数が定常領域で一致するものと仮定する。両者間の変位、速度の一致することを仮定して、モーメント法により次式を得る。

$$2\beta_{eq}\omega_{eq}\sigma_x^2 = 2\beta_0\omega_0\sigma_x^2 + \omega_0^2 E[\phi(x)\dot{x}] \quad (3) \quad \sigma_x^2 \left(\frac{\omega_{eq}}{\omega_0}\right)^2 = E[\phi(x)x] \quad (4)$$

$E[\phi(x)\dot{x}]$ は、1 サイクル履歴エネルギー消散から求めるわけであるが、そのサイクルには特に注意を払う必要がある。定常確率応答における bi-linear 履歴系の等価線形化においては履歴エネルギー消費サイクルとして、オズ分枝剛性の固有振動数 ω_0 を取る方が良い結果を得ることが判明しているので、(図 1.2 参照)遷移応答状態においてもこれに従う。一応、bi-linear 履歴系の平均周波数の推定は、Cauchy による Krylov-Bogoliubov の方法、定常強制振動数等を用いることが考えられるが、それらと実験値との比較により、Cauchy の解を用いる。(3)(4)式に含まれる期待値を求めるに、極値振動確率密度関数 $p(A)$ を用いて

$$\beta_{eq} = \beta_0 \frac{\omega_{eq}}{\omega_0} - \frac{\sqrt{\alpha}}{4\sigma_x^2} \left(\frac{\omega_{eq}}{\omega_0}\right)^2 \int_0^\infty A S(A) p(A) dA \quad (5) \quad \left(\frac{\omega_{eq}}{\omega_0}\right)^2 = \frac{1}{2\sigma_x^2} \int_0^\infty A C(A) p(A) dA \quad (6)$$

ここに

$$S(A) = \begin{cases} 0 & (A \leq Y) \\ -\frac{4}{\pi} (1-\alpha) \frac{Y(A-Y)}{A} & (A > Y) \end{cases} \quad (7) \quad C(A) = \begin{cases} A & (A \leq Y) \\ \frac{A}{\pi} [\alpha \pi + (1-\alpha) \cos^{-1} \left(\frac{A-2Y}{A} \right) - 2(1-\alpha) \frac{A-2Y}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{A-2Y}{A} \right)^2}] & (A > Y) \end{cases} \quad (8)$$

遷移応答においては、振中の確率密度は、相関係数 $\rho = \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x}$ をも考慮して、(文献 2)

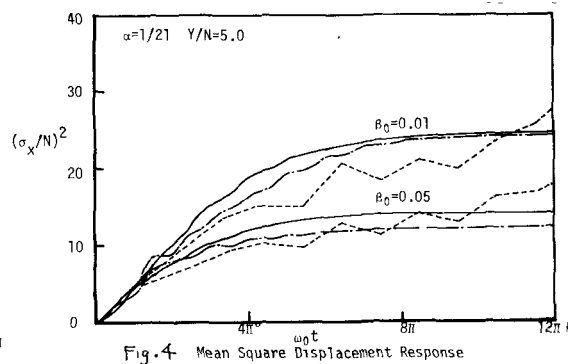
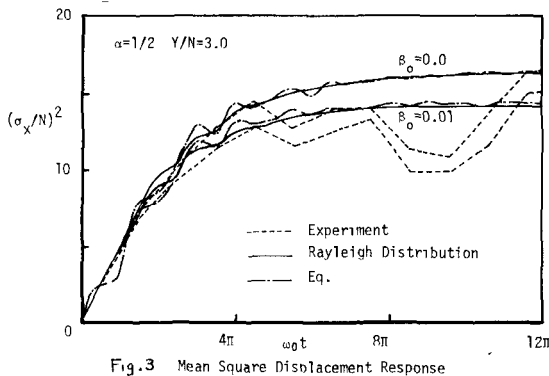
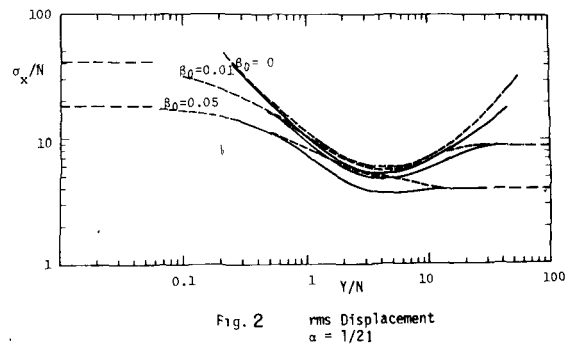
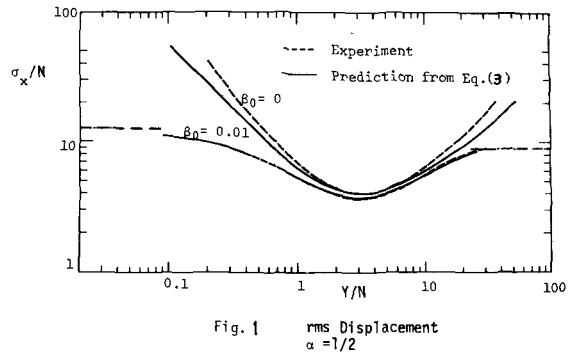
$$p(A; \sigma_x^2, \sigma_{\dot{x}}^2, \rho) = \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma_x^2}\right) \left[\frac{A}{\sigma_x^2} \exp\left\{-\frac{\rho^2 A^2}{2(1-\rho^2)\sigma_x^2}\right\} + \rho \sqrt{\frac{\pi}{2\sigma_x^2}} \left(\frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} - 1\right) \operatorname{erf}\left\{\frac{\rho A}{\sqrt{2(1-\rho^2)}\sigma_x}\right\} \right] \quad (9)$$

と表わせるから、ある応答状態における近傍では、 $E[\phi(x)\dot{x}]$ は数値積分により容易に求まる。従って、応答計算としては、各時間 step で逐次、等価線形化をすることとなる。すなわち one step 前の変位、速度の分散値、それらの共分散を便して、等価減衰定数、固有振動数を求め、これを各時間 step で定数として、次の step の応答を求める。ここで、応答量を、

無次元化するため、white noise のパワースペクトルを S_0 として、 $N = \frac{\sqrt{2S_0\omega_0}}{\omega_0^2}$ を導入した。すなわち、変位、速度の分散値、それらの共分散に対して、おのおの N^2 , $(\omega_0 N)^2$, $\omega_0 N^2$ で割った値を応答計算に使用した。一方、各時間stepにおいて応答が定常状態になっていると仮定すれば、(9)式の代りに、Rayleigh分布 $p(A) = \frac{A}{\sigma_x^2} \exp(-\frac{A^2}{2\sigma_x^2})$ を使用することができ、応答計算は非常に簡単になる。

3. 解析結果とその考察 各時間stepに、本研究による解(5)(6)を用い、その極値振中確率密度関数として、Rayleigh分布、及び式(9)を用いた。その両者の結果の比較が図3.4に示されている。ここで実験結果は、Lutes, Shahによるものを引用した。

①非定常応答の分散の振動成分を無視する場合、各時間stepに定常性を仮定してさしつかえない。②履歴減衰の大きさは、応答量に依存し、 $Y_N=1.0$ の場合、履歴減衰は、等価粘性減衰定数として、およそ0.5となるが、 $Y_N=5.0$ の付近では、0.05となり履歴系の粘性減衰も無視できない。③遷移応答にCauchyの解と本研究の解を使って、比較すると、 α が1/2の場合、両者の結果とも、良い結果を与える。しかし、 α が1/2の弾塑性の系に近い場合、本研究による解の結果の方が、実験結果への適合性が良い。



参考文献 (1) Takemiya, H: Studies on the Application of Random Vibration Theory to Earthquake-Resistant Design of Civil Engineering Structures, Kyoto University, Doctoral Dissertation, Dec., 1972, pp 114-188 (2) 小堀鐸二, 南井良一郎: 非定常ランダム応答の等化線形化解法, 京大防災研究所年報 第10号A, 路42, pp 251