

立体アーチの振動性状について

神戸大学工学部 正員 梶井春輔
兵庫県庁 正員 ○堀井泰治

1. まえがき

ここで解析の対象とする立体アーチの見取図は、図-1に示すような円形中空断面を有するバスケットハンドル型立体アーチ(開き角: ϕ)である。従来の平面アーチとは異なり、中を有することにより、構造上、振動性状がかなり特異なものになると思われる。そこで、振動に関する基本問題としての固有値、固有モードに関して、マトリックス変位法を用いて数値解析を行なう。ここでは、アーチのライズ比: $1/8$ 、アーチの細長比: R/r (r : 断面2次半径) の変化が、固有振動数におよぼす影響を考えると、特に、前述の開き角: ϕ の変化による影響をも述べてみたい。なお、数値計算には、京都大学大型計算機センターのFACOM 230-60を用い、固有値、固有ベクトルの計算法としては、Q法を用いた。

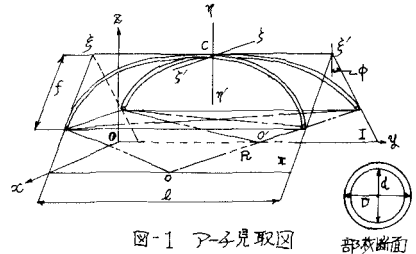


図-1 アーチ見取図 部材断面

2. 解析モデルおよび基礎方程式

図-2に示すような2要素の直線梁の集合体と考えたモデルに関して、各梁要素について、局部座標系での剛性、質量マトリックスを導き、それらに座標変換マトリックスを用いて全体座標系での剛性、質量マトリックスを導く。それらを $[K]$ 、 $[M]$ とすると、自由振動では、次式のような運動方程式が成り立つ。

$$[M] \cdot [\ddot{U}] + [K] \cdot [U] = 0 \quad (2-1)$$

自由振動では、各節点は、同位相で振動するので、

$$[U] = [U_0] \cdot \sin \omega t, \quad [\ddot{U}] = -\omega^2 [U_0] \cdot \sin \omega t \quad (2-2)$$

とおくと、これを(2-1)に代入して整理すると、(2-3)のようになる。これに、無次元化を施すと、結果として用いる無次元固有値: ω^* は(2-4)のようになる。

$$[M] \cdot \omega^2 - [K] = 0 \quad (2-3)$$

$$\omega^* = \sqrt{\frac{PAX^2}{8EI}} \cdot \omega \quad (2-4)$$

ただし A = 断面積、 g = 重力加速度

I = 断面2次モーメント

この(2-3)にQ法を適用して、固有値、固有モードを計算すればよい。

3. 数値解析結果

図-3に示したのは、固有基本振動モードである。 ξ_1 、 ξ_2 、 η_1 、 SYM_1 はそれぞれ、面外、面内、ねじれ、対称振動モードであり、特別な中、 ξ_1 、 ξ_2 以外は、 ξ_1 、 ξ_2 振動が卓越して生じるので、これらについて主に述べる。

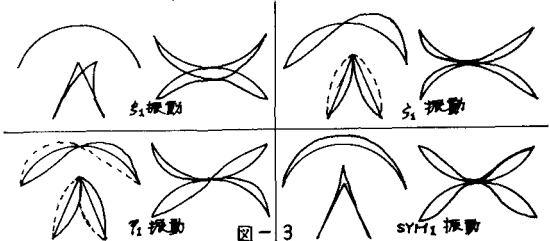


図-4には、それぞれ $\frac{f}{l} = \frac{1}{6}, \frac{1}{10}$ の場合の各基本振動モードに対する ω^2 と ϕ の関係を示したものである。これによらず、固定、ヒンジ共に、同様の傾向がみられる。すなわち、 ξ_1 振動は、 ϕ の増加に従って、単調増加し、 ξ_2 振動では、ほぼ一定の値になっている。これより、 ϕ が増加するにつれて、構造全体の剛度が増すとされる。表-1には、 ξ_1, ξ_2 振動の振動数を、各 ϕ について、 $D=50\text{ cm}, d=48\text{ cm}$ の場合について表示したものである。図-4の傾向は、 R_0 が異なる場合も、ほぼ同様の傾向になる。しかし、図-5の、 $\frac{f}{l} = \frac{1}{4}$ の場合、 $\phi = 30^\circ \sim 45^\circ$ の傾向が、図-4と異なっている。すなわち、 ξ_1, ξ_2 振動とも、振動数が減少して、剛度が減っている。また、 $\phi = 15^\circ$ 以上のヒンジ支承では、 ξ_2 振動の方が、 ξ_1 振動よりも振動数が小さくなる。次に、図-6に示したのは、 $\frac{f}{l} = \frac{1}{6}$ の ξ_2 振動における、 R_0 と ω^2 との関係を各 ϕ について表わしたものである。

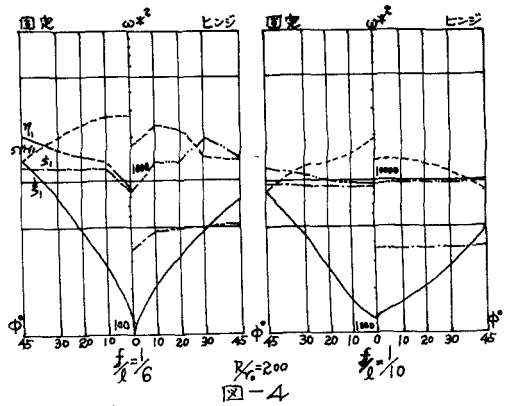


表-1 基本振動数 (C/sec)

ϕ	0	10	20	30	45
ξ_1	0.11	0.13	0.17	0.21	0.28
ξ_2	0.34	0.38	0.48	0.57	0.33
ξ_3	0.58	0.80	0.99	1.22	1.56
ξ_4	2.03	2.16	2.94	3.12	3.98

$D=50\text{ cm}, d=48\text{ cm}$

ξ_1 基本振動数 (C/sec)

ϕ	0	10	20	30	45
ξ_1	0.14	0.14	0.14	0.15	0.17
ξ_2	0.34	0.54	0.55	0.59	0.48
ξ_3	1.08	1.23	1.25	1.27	1.30
ξ_4	3.54	3.47	2.03	3.51	3.56

$D=50\text{ cm}, d=48\text{ cm}$

これからみると、 $R_0 = 200$ 以上では、ほぼ一定の ω^2 をとるが、 $R_0 = 100 \sim 150$ では、小さくなっている。そして、 $R_0 = 50$ では、 $R_0 = 200$ 以上の場合とはほぼ同様の値を示している。この傾向は、 ξ_1 振動でも同様であり、また、 $\frac{f}{l}$ が $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}$ もよく似た傾向になっている。図-7は、 ξ_1 振動、 ξ_2 振動に関する、 f と ω^2 との関係を、各 ϕ について示したものである。これから、 l を一定として、 f の値を増加させるにつれて、 ω^2 が単調に減少している。これらの傾向は、 R_0 が200, 50, 300でも同様の傾向になる。しかし、 ξ_1 振動の $R_0 = 150, 200, 300$ で、かつ、 $\phi = 45^\circ$ の場合のみ、少々異なっている。

