骨組構造システムの安全性評価に関する一考察

大阪大学工学部　正　員　　前田　幸雄
大阪大学大学院　学生員　○山上　哲示

1 まえがき　従来構造物の設計法には許容応力度設計法が用いられてきたが，最近では終局耐荷力設計法，さらには限界状態設計法が提案されるに致った。[1]　それらの設計法の進歩にともない安全性評価の形式も，材料安全率，部材安全率，さらには荷重係数と変化してきた。ここで安全性評価に荷重係数を用いた限界状態設計法とは　あらかじめ定められた「示方書荷重」に荷重係数をかけて得られる「設計荷重」に対して構造物が限界状態（終局耐荷力限界，使用限界）になるように設計する設計法で　荷重係数は設計前に安全性をもたせるための係数である。この荷重係数を今までのように技術的判断による経験的評価ではなく，確率論の導入によるところの構造物の信頼性理論により定量的に評価するのが本研究の目的である。

2. 構造システムの信頼性　骨組構造システム(図1)において　各部材の抵抗強度は確率変数 R_i $(i=1\sim m)$(m；部材総数)のみで評価されると仮定し，同じく荷重作用を示す確率変数 S の作用の下に各部材に $\alpha_i S$ $(i=1\sim m)$ の部材作用力が分配されると仮定する。新たに確率変数 U_i $(i=1\sim m)$ を導入して部材の余剰強度の形で表現すると

$$\begin{cases} U_1 = R_1 - \alpha_1 S \\ U_2 = R_2 - \alpha_2 S \\ \cdots\cdots \\ U_m = R_m - \alpha_m S \end{cases}$$

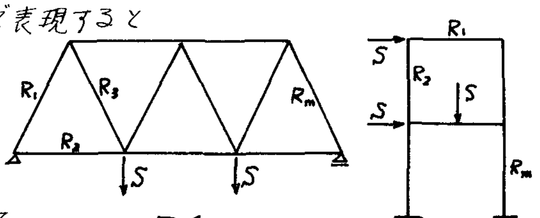

図 1

さらに，骨組構造システムの破壊の仮定として
静定,不静定にかかわらず最初の部材破壊をもって構造システムの破壊とみなすと　システムの破壊確率 P_f 安全確率 P_s は次のように確率論的に表現することができる。[2]

$$P_f = P_r\{(U_1<0) \cup (U_2<0) \cup \cdots\cdots \cup (U_m<0)\}$$

$$P_s = \overline{P_f} = 1 - P_f = P_r\{(U_1>0) \cap (U_2>0) \cap \cdots\cdots \cap (U_m>0)\}$$

$$P_s = \int_{U_1=0}^{\infty}\int_{U_2=0}^{\infty}\cdots\int_{U_m=0}^{\infty} f_{U_1U_2\cdots U_m}(U_1 U_2 \cdots U_m)\,dU_1 dU_2 \cdots dU_m$$，ただし $f_{U_1U_2\cdots U_m}$ は m 次元結合確率密度関数

その中で部材の破壊は一番簡単な場合で，変数の確率密度関数を f，分布関数を F とすると図2.より

$$P_f = P_r\{R<S\} = \int F_R(t) f_S(t)\,dt = \int [1-F_S(t)] f_R(t)\,dt$$

$$= P_r\{U = R-S < 0\} = \int_0^{\infty} f_U(t)\,dt$$

R, S が正規分布 $N(\overline{R}, \sigma_R^2)$, $N(\overline{S}, \sigma_S^2)$ するとき U も正規分布し $N(\overline{U}=\overline{R}-\overline{S}, \sigma_U^2=\sigma_R^2+\sigma_S^2)$ さらに標準化すれば

$P_f = 1 - \Phi(k)$，$k = (\overline{R}-\overline{S})/\sqrt{\sigma_R^2+\sigma_S^2}$ （Φ は正規分布表の値）

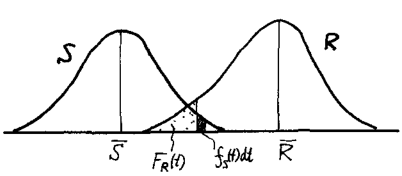

図 2

また，安全性を示すパラメータとして決定量としての平均値より，中心安全率 $\nu_0 = \overline{R}/\overline{S}$ も安全性指標として考えられる。

3. 確率論的限界状態と荷重係数　部材の破壊現象に対して荷重係数でもって安全性を保証する方法を適用する。すなわち決定論的議論において「作用荷重」×「荷重係数」=「設計荷重」に対して構造物が初めて限界状態になるように設計したように、信頼性を考慮した確率論的設計問題を「作用荷重Sの平均値$\bar{S}$」×「荷重係数γ」=「設計荷重S^*の平均値$\bar{S}^*=\gamma\cdot\bar{S}$」なる仮想的荷重作用$S^*$（平均$\gamma\bar{S}$, 分散$\sigma_S^2$）の作用の下に構造物が初めて確率論的な限界状態に到達するように設計（$\bar{R}$の決定）する問題と考える。次に確率論的限界状態について考える。部材の破壊現象に対して荷重係数γに中心安全率ν_0を用いて限界の破壊確率P_f^*を正規分布の仮定の下に計算してみると、$k=\bar{R}-\bar{S}^*/\sqrt{\sigma_R^2+\sigma_S^2}=\bar{R}-\nu_0\bar{S}/\sqrt{\sigma_R^2+\sigma_S^2}=0$　故に$P_f^*=1-\Phi(0)=0.5$となる。逆にある任意の荷重係数γに対して部材の限界破壊確率P_f^*を計算して、その値が0.5となるγが中心安全率ν_0と一致する。ここで確率論的限界状態を$P_f^*=0.5$なる状態と定義すると部材の中心安全率ν_0を確率論的限界状態に対する安全性を保証する荷重係数の形で求めれば　それがν_0と一致することを示している。構造システムの安全性を示すパラメータとしてシステムの破壊確率があるが前述の簡単な安全率のような指標は部材が多数故に評価し難い。これに対して信頼性理論における破壊確率を用いて確率論的限界状態を媒介として荷重係数を評価すれば、すなわち仮想的荷重作用S^*をシステムに作用させ、システムが確率論的限界状態になるようにγを選べば、そのγが部材中心安全率ν_0と信頼性のうえから同じ意味をもつ全体安全率的な荷重係数とみなすことが可能ではなかろうか。

4　部材安全率と荷重係数　骨組構造システムの各部材が部材中心安全率ν_i $(i=1\sim m)$でもって安全性を保証されている時、その構造システムの荷重係数を部材安全率との関連で計算して　その傾向を見たのが以下の図である。

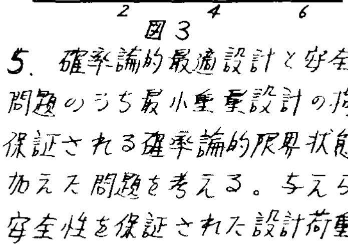

図3

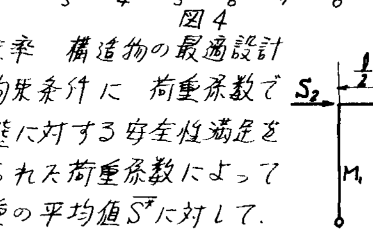

図4

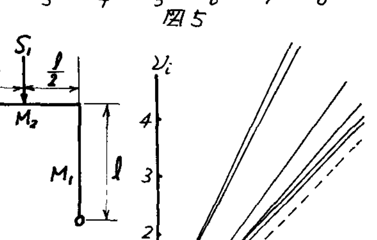

図5

5. 確率論的最適設計と安全率　構造物の最適設計問題のうち最小重量設計の拘束条件に　荷重係数で保証される確率論的限界状態に対する安全性満足を加えた問題を考える。与えられた荷重係数によって安全性を保証された設計荷重の平均値$\bar{S}^*$に対して、限界破壊確率P_f^*が0.5以下になるように拘束条件を変化させつつ設計する。そうして得られた設計値を用いてそれぞれの安全率を求めると図7のようになる。

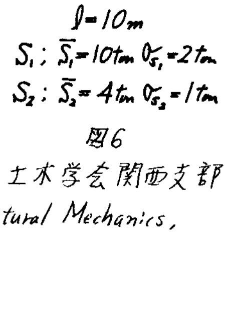

図6

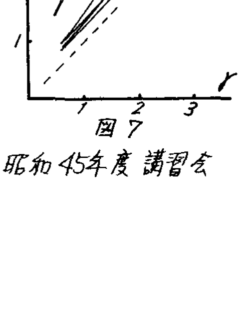

図7

[参考文献]　[1]前田幸雄；構造物の限界状態設計法，土木学会関西支部昭和45年度講習会
[2] Bolotin, V.V.; Statistical Methods in Structural Mechanics,