

補剛ケーブルを有する斜め吊桁吊橋の静力学的特性について

大阪大学工学部 正員 小松定夫

大阪大学工学部 正員 西村宣男

大阪大学大学院 学生員 長井正嗣

1 まえがき 本州、四国連絡橋の架設を前にして、各所で吊橋の解析が進められているが、吊橋の一層の長径間化、あわせて軽量化を計る為斜吊材を採用し、かつ補剛ケーブルにより、プレストレスを導入した形式について、解析を行った。斜め吊材吊橋の解析にあたっては、幾多の文献がみられるが、今回は、従来膜理論の精度が悪くといわれている点を、解析モデルの自由度を増やし、撓度式を改良した形で解析を進めた。すなわち吊橋の橋軸方向のつり合いを完全に考慮して、基礎方程式を誘導し、鉛直たわみ、ねじり変形に対して数値計算を行った。

2 基礎方程式 基礎方程式の誘導にあたって、まず架設完了後のつり合い状態は次式で与えられるケーブル水平初期張力が導入されているものとする。

$$H_{dm} = \frac{C^2}{8f_m} (m_c + m_s + m_g + P_r), \quad H_{ds} = \frac{C}{8f_s} P_r$$

2-1 鉛直たわみに関する基礎方程式

補剛桁y軸方向のつり合いより

$$EI_x v^{(4)} - (H_{dm} + H_{ds} + H_{pm}(0) + H_{ps}(0)) v'' + (H_{pm} h_m)'' - (H_{ps} h_s)'' = P$$

補剛桁x軸方向のつり合いより $N' + H_{pm}' + H_{ps}' = 0$

ケーブル方程式 $U_c'' = G_1 H_{pm} - Y_m' v'$, $U_s' = G_2 H_{ps} + Y_s' v'$

ハンガーとトラスの適合条件式 $U = U_c = -C_3 H_{pm}' - v' f_m$, $U_s = U = C_4 H_{ps}' - v' f_s$

補剛桁x軸方向、断面力-変位関係 $N' = G_5 U''$

以上の方程式より変位 v , U_c , U , U_s に関する次の非線型連立微分方程式を得る。

$$\begin{aligned} EI_x v^{(4)} - (H_{dm} + H_{ds} + H_{pm}(0) + H_{ps}(0)) v'' + \left(-\frac{2h_m h_m'}{C_3} + \frac{C_3' h_m^2}{C_3^2} - \frac{h_m^2 h_m''}{C_1} - \frac{2h_s h_s'}{C_4} + \frac{C_4' h_s^2}{C_4^2} \right. \\ \left. - \frac{h_s^2 h_s''}{C_2} \right) v' + \left(-\frac{h_m}{C_3} + \frac{h_s}{C_4} \right) v' + \left(-\frac{C_3' h_m}{C_3^2} - \frac{2h_m}{C_3} - \frac{C_4' h_s}{C_4^2} + \frac{2h_s}{C_4} \right) U + \left(-\frac{h_m}{C_3} + \frac{h_m'}{C_1} \right) U_c' + \left(-\frac{C_3' h_m}{C_3^2} + \frac{2h_m'}{C_3} \right) U_c - \left(-\frac{h_s}{C_4} + \frac{h_s'}{C_2} \right) U_s' - \left(-\frac{C_4' h_s}{C_4^2} + \frac{2h_s'}{C_4} \right) U_s = P \\ \frac{Y_m'}{C_1} v' + \left(\frac{Y_m'}{C_1} - \frac{C_1' Y_m'}{C_1^2} + \frac{h_m}{C_3} \right) v' + \frac{1}{C_1} U_c'' - \frac{C_1'}{C_1^2} U_c' - \frac{1}{C_3} U_c + \frac{1}{C_3} U = 0 \\ -\frac{Y_s'}{C_2} v' - \left(\frac{Y_s'}{C_2} - \frac{C_2' Y_s'}{C_2^2} + \frac{h_s}{C_4} \right) v' + \frac{1}{C_2} U_s'' - \frac{C_2'}{C_2^2} U_s' - \frac{1}{C_4} U_s + \frac{1}{C_4} U = 0 \\ G_5 U'' - \left(\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \right) U + \left(\frac{h_s}{C_4} - \frac{h_m}{C_3} \right) v' + \frac{1}{C_3} U_c + \frac{1}{C_4} U_s = 0 \end{aligned}$$

ここで、 $G_1 = \sec^3 \psi_m / E A_c$, $G_2 = \sec^3 \psi_s / E A_{cs}$, $G_3 = d_m^3 / E H A_H a_H$, $G_4 = d_s^3 / E H A_H a_s$, $G_5 = E_s A_g$

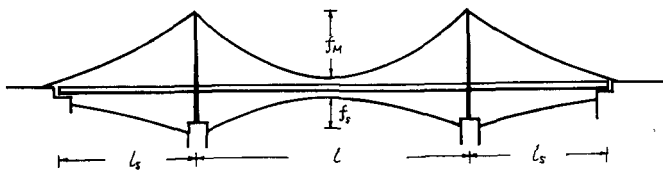


図 1 一般図

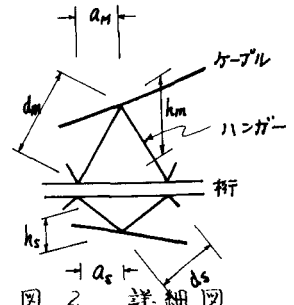


図 2 詳細図

2-2 ねじりに関する基礎方程式 補剛桁のねじりに関するつり合い式誘導に関しては、ねじり変形は微小と考えて、次

のような線型の仮定を設ける。すなわち左右ケーブルの橋軸方向の変位は逆で等しい。したがって左右ケーブルの付加張力の和は0であり、かつ、補剛桁橋軸方向変位は0である。

補剛桁のねじりに関するつり合い式

$$EC_W \phi'' - \left\{ GJ + \frac{b}{2} (H_{dm} + H_{ds}) \right\} \phi'' = m_x + \frac{b}{2} \left\{ (H_{pmr} - H_{pml}) h_m \right\}'' - \left\{ (H_{psr} - H_{psl}) h_s \right\}''$$

ケーブル方程式およびハーゲンロフスの適合条件式

$$C_1 (H_{pml} - H_{pmr}) = 2U_c' + b \phi' y_m'$$

$$C_2 (H_{psl} - H_{psr}) = -2U_s' - b \phi' y_s'$$

$$C_3 (H_{pml}' - H_{pmr}') = 2U_c - b \phi' h_m$$

$$C_4 (H_{psl}' - H_{psr}') = 2U_s + b \phi' h_s$$

以上より変位 u , U_c , U_s に関する次の線型連立微分方程式を得る。

$$EC_W \phi'' - \left\{ GJ + \frac{b}{2} (H_{dm} + H_{ds}) + \frac{h_m^2}{C_3} + \frac{h_s^2}{C_4} \right\} \phi'' - \frac{b}{2} \left\{ \frac{3h_m^2 h_m}{C_3} - \frac{C_3^2 h_m}{C_3^2} + \frac{h_m^2 h_m''}{C_1} + \frac{3h_s^2 h_s}{C_4} - \frac{C_4^2 h_s}{C_4^2} + \frac{h_s^2 h_s''}{C_2} \right\} \phi' \\ + \frac{b}{2} \left(\frac{2h_m}{C_3} + \frac{2h_m''}{C_1} \right) U_c' - \frac{b}{2} \left(\frac{2C_3^2 h_m}{C_3^2} - \frac{4h_m''}{C_3} \right) U_c - \frac{b}{2} \left(\frac{2h_s}{C_4} + \frac{2h_s''}{C_2} \right) U_s' + \frac{b}{2} \left(\frac{2C_4^2 h_s}{C_4^2} - \frac{4h_s''}{C_4} \right) U_s = m_x \\ \frac{2}{C_1} U_c'' - \frac{2C_1^2}{C_1^2} U_c' - \frac{2}{C_3} U_c - \frac{b h_m'}{C_1} \phi'' + b \left(\frac{h_m}{C_3} + \frac{C_1 h_m'}{C_1^2} - \frac{h_m''}{C_1} \right) \phi' = 0 \\ \frac{2}{C_2} U_s'' - \frac{2C_2^2}{C_2^2} U_s' - \frac{2}{C_4} U_s + \frac{b h_s'}{C_2} \phi'' - b \left(\frac{h_s}{C_4} + \frac{C_2 h_s'}{C_2^2} - \frac{h_s''}{C_2} \right) \phi' = 0$$

3 数値計算 半径 R の円および補剛桁の形式について数値計算を行った。具体的な手法としては、中央差分による差分法を適用した。図3に鉛直荷重による、たわみ、図4にねじり荷重による、ねじれ角分布の例を示した。

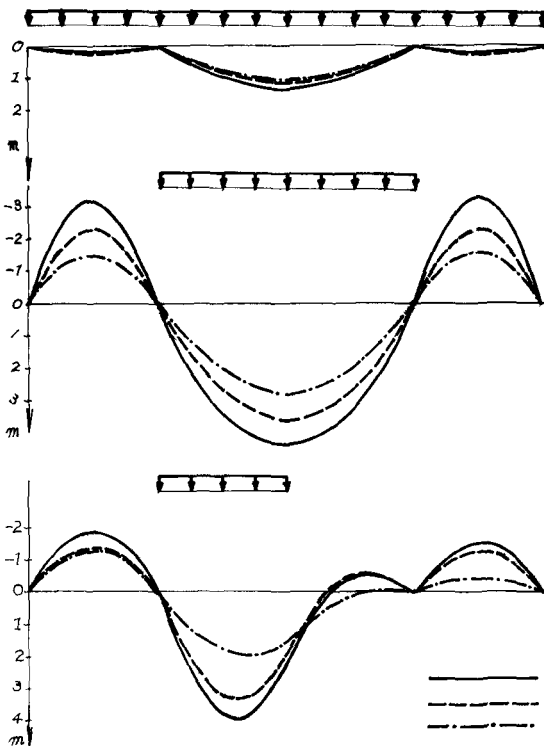


図 3 鉛直荷重によるたわみ

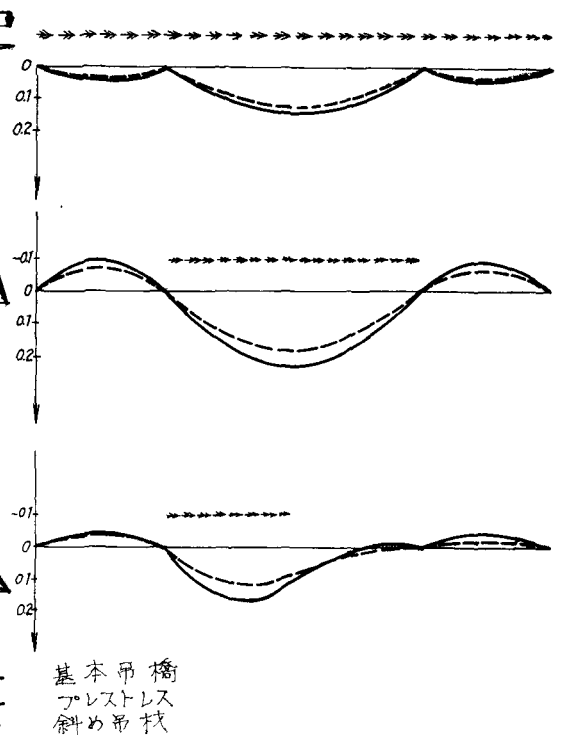


図 4 ねじり荷重によるねじれ角