

曲線工げたの横倒れ座屈強度について

大阪市立大学・工学部 正員 山口寿男
 大阪市立大学・工学部 正員 中井 博

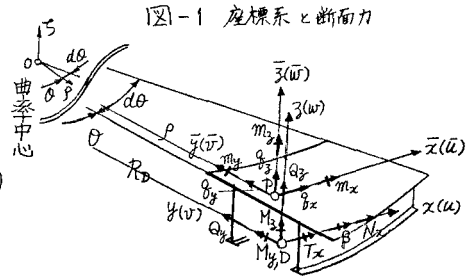
1. まえがき

曲線工げた部材においても、直線工げた部材と同様に、最大主軸まわりに曲げモーメントが作用するとき、曲げがある一定値に近づくと、部材はたわみ面内から面外へのたわみとねじりを併った横倒れ変形が生ずる。著者等は幾何学的非線形性を考慮した曲線部材の基礎方程式¹⁾を誘導した。さらに、本研究において、曲線工げた部材が横倒れするときの微分方程式を誘導し、若干の数値解析を行ない、横倒れ座屈強度について考察するものである。

2. 曲線工けた橋の基礎方程式

曲線工けた橋の変形を考慮した場合の断面力と荷重の関係を示すと、つぎのようになる。¹⁾

$$\left. \begin{aligned} -N_x' - M_3'/R + \frac{R}{\rho} \{ (N_x^* \bar{\Xi}_3)/R + (M_y^* \bar{\theta})'/R \} &= q_x + m_y/R \\ M_3'' - N_x/R - \frac{R}{\rho} \{ (N_x^* \bar{\Xi}_3)' + (M_y^* \bar{\theta})'' \} &= q_y - m_3' \\ M_y'' + M_2''/R - (\bar{GJ}\bar{\theta})'/R + \frac{R}{\rho} \{ (M_3^* \bar{\theta})' + (M_y^* \bar{\Xi}_y')/R \\ &\quad - (M_y^* \bar{\Xi}_3')/R - (N_x^* \bar{\Xi}_y)' \} = q_3 + m_x/R - m_y' \\ M_x'' - (\bar{GJ}\bar{\theta})' - M_y/R + \frac{R}{\rho} \{ M_3^* \bar{\Xi}_y' - M_y^* \bar{\Xi}_3' \} &= m_x \end{aligned} \right\} \dots (1)$$



ここに、 $\rho = d/R d\theta$, $\bar{GJ} = GJ - (M_x^* r_w + M_y^* r_y + M_z^* r_z - N_x^* l_u^*)$, $\bar{\theta} = d\bar{\theta}/R d\theta = \frac{1}{R} (\frac{d\bar{\theta}}{d\theta} + \frac{1}{R} \frac{d\bar{u}}{d\theta})$
 $\bar{\Xi}_3 = d\bar{v}/R d\theta + u/R$, $\bar{\Xi}_y = d\bar{w}/R d\theta$

式(1)において、2次項に対しては、微小変形理論の場合の断面力でもって線形化してある。すなわち、断面力 N_x^* , M_x^* , M_y^* , M_3^* は線形時の断面力であり、式(2)で示すとおりである。

式(2)を式(1)に代入すれば、変形量に関する方程式を得ることができる。また、式(1)中の2次の項を省略すれば、微小変形理論に対するつり合方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} M_3^* \\ M_y^* \\ N_x^* \\ M_x^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{33} & EI_{3y} & -EZ_3 & EC_3 \\ EI_{y3} & EI_{yy} & -EZ_y & EC_y \\ -EZ_y & -EZ_3 & EF & 0 \\ EC_3 & EC_y & 0 & EC_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_3 \\ K_y \\ \epsilon_{x1} \\ \bar{\theta}' \end{bmatrix} \dots (2)$$

式(2)中、 $K_3 = d^2 v / R^2 d\theta^2 + du / R^2 d\theta$, $K_y = d^2 w / R^2 d\theta^2 - \beta / R$
 $\epsilon_{x1} = du / R d\theta - v / R$, $\bar{\theta}' = d\bar{\theta} / R d\theta = d^2 \bar{\theta} / R^2 d\theta^2 + \frac{1}{R} d^2 \bar{u} / R^2 d\theta^2$

3. 曲線工けた部材の横倒れに関する方程式

解析を単純化するため、曲線部材の断面は2重対称断面とし、支持条件としては、曲げに対して単純支持、ねじりに対して拘束する。さらに、載荷条件としては、両端にy軸まわりの曲げモーメント、 M_0 のみを作用させる。この仮定により、断面諸量に関しては、式(2)中の2トリックスの対角要素のみを考慮すればよい。さらに、 $r_x = r_y = r_z = 0$, $N_x = 0$ である。また、境界条件はつぎのようになる。

$\Delta = 0, L$ で、 $w = v = \beta = 0$, $w'' = v'' = \beta'' = 0$

つぎに、以上の条件を考慮して、全ポテンシアルエネルギー、 Π を求めて、変分し、 $\delta \Pi = 0$

から、曲線工けた部材の横倒れに関する方程式がつぎのように得られる。

$$\left. \begin{aligned} EI_y (v'' + v''/R^2) &= M_y^* \beta \\ (EI_y + EC_w/R^2) w'' - GJ w''/R + EC_w \beta/R \\ &- (EI_y + GJ) \beta''/R - M_y^* \beta/EI_y R = 0 \\ EC_w \beta'' - GJ \beta'' + (EI_y/R^2 - M_y^*/EI_y) \beta \\ &+ \frac{1}{R} \{ EC_w w'' - (GJ + EI_y) w'' \} = 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

4. Galerkin法による数値解析
式(3)2,3は w と β が連成する同次方程式である。 w と β は境界条件を満足するように、つぎの関数を用いる。

$$\left. \begin{aligned} w &= \sum w_0 \sin \alpha_m s \\ \beta &= \sum \beta_0 \sin \alpha_m s, \alpha_m = \frac{m\pi}{L} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

式(4)を式(3)2,3に代入して、Galerkin法で得られる座屈条件式は次式ようになる。

$$\left| \begin{aligned} &EC_w \alpha_m^4 + GJ \alpha_m^2 + EI_y/R^2 - f^{(2)}(\theta) \frac{M_y^*}{EI_y}, \frac{1}{R} \{ EC_w \alpha_m^4 + (GJ + EI_y) \alpha_m^2 \} \\ &\frac{1}{R} \{ EC_w \alpha_m^4 + (EI_y + GJ) \alpha_m^2 - f^{(2)}(\theta) \frac{M_y^*}{EI_y R}, (EI_y + EC_w/R^2) \alpha_m^4 + GJ/R \alpha_m^2 \} \end{aligned} \right| = 0 \dots (5)$$

図-2は、図中に示す断面を対象にして縦軸に曲線工けた部材の横倒れ座屈応力 σ_{cr} 、横軸に L/b をとり、曲線部材の中心角、 φ をパラメーターにとって、両者の関係を図示したものである。また、図-3は L/b

= 30に固定し、縦軸に曲線工けたの横倒れ座屈応力と直線工けた($\varphi=0$)の横倒れ座屈応力の比($\sigma_{曲}/\sigma_{直}$)をとり、横軸に中心角、 $\varphi (=L/R)$ をとって、両者の関係を示したものである。

この図から、曲線工けたの横倒れ座屈強度は中心角によって、かなり影響されることがわかる。すなわち、曲線工けたの中心角 φ (rad.)が大きくなるほど、横倒れ座屈変形が早く起る。ちなみに、直線工けた部材の横倒れ座屈強度と比較すると、曲線工けた部材の中心角が0.5 rad.で約6%、中心角が1 rad.で約20%程度、曲線工けたの横倒れ座屈強度が低下すると思われる。

参考文献 1) 山口・中井；第27回土木学会学術講演会概要集，I-244，昭47.10

2) 波田；Trans. of JSCE No. 155, 1968 3) 福本，藤原，渡辺；Proceed. of JSCE No. 189, 1971

4) 小松・中井；Proceed. of JSCE No. 174, 1970 5) 遠田；Proceed. of JSCE No. 210, 1973

