

十字形平板の曲げ解析法について

大阪市立大学工学部 正 員 倉 田 宗 章
 " " " 谷 平 勉

§1. まえがき； 自由辺をもつ平板の解析は、概して困難な場合が多く、一般性をもつ厳密解としては、Lévy型の解がほとんど唯一の有力な解といえるようである。平板の解析についての種々の近似的な解法も、自由境界の条件を完全に導入することは、たいていの場合むつかしく、そこに近似解法の問題点があるように思われる。そこで、全く変形な場合はともかくとして、Regularな形を組合わせたような形の変形板を解く場合、特に自由辺を持つ場合には、Lévyの解をうまく使って、自由辺を近似表現しないようにすることができれば、その解は非常に精度が期待できる。今図1のような十字形平板の曲げ解析をする場合、相対2辺単純支持、残り2辺自由な板のLévy解を2つ組合わせることによって、自由辺は厳密に満足させることができ、自由辺四角部の特異性の問題を適当に処理することにより解を得ることができる。

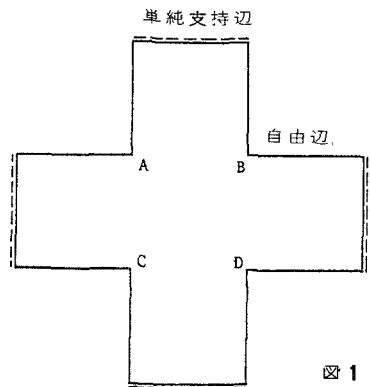


図 1

§2. 解法； 図1の十字形平板を、図2(系I)および図3(系II)のように分割して考えることができる。今このどちらかの分割によってこの問題を解こうとすると、相対2辺単純支持で残り2辺自由な板の方は厳密解があって問題ないが、切り離された方の板は厳密には解けない境界条件をもつ板になってしまう。ところが、図2、図3のように2つの分割方法を同時に考えて、Lévy解の存在する板①および板②のみに注目して問題を解くことができる。すなわち、系Iの接続部に作用する不静定力、 M_{x2} , V_{x2} , R_2 および M'_{x2} , V'_{x2} , R'_2 が板①の自由辺に作用し、荷重 q およびその不静定力によって板①の内部 AB および CD に生じる曲げモーメント、換算剪断力、およびねじりモーメントが系IIの不静定力に等しくなる。そして同様に系IIの不静定力の作用した板②の内力が系Iの不静定力に等しいという関係から、系I, IIを連立系としてその未知不静定力を決定することができる。ふつうこの種の問題は、接合部ごの力を仮定

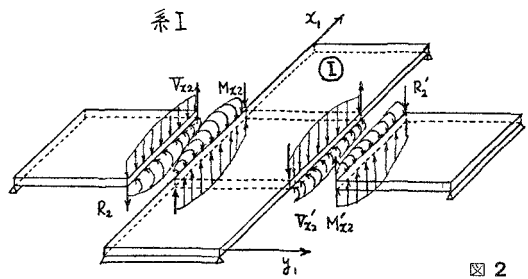


図 2

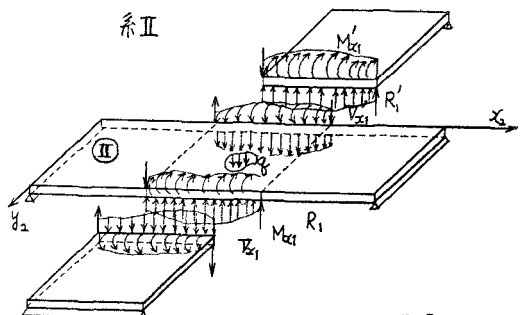


図 3

し、変形（たわみ、たわみ角）を連続させるという方法による場合が多いが、その場合、たわみ w の連続条件から、換算剪断力 $(\frac{dw}{dx} + (2 - \frac{3\nu}{2}) \frac{dw}{dy})$ を求めるというような微分階数の差からくる級数の収束性の問題で苦勞する場合が多い。しかし本方法では、曲げモーメント換算剪断力で合わせるので、収束性の問題にしても非常に有利になる。なお詳しい式の記述はここでは省略する。

1) 不静定力の仮定のしかたについて； 上述の考え方に基いて解く場合、不静定力の仮定のしかたによって解法の趣はいく分違ったものになる。そしてそれらの力学的とらえ方も計算速度も、一定精度への収束状況もちがってくる。これをおおまかに2分すると、

a) 未知係数を含んだ関数形で仮定する： 3角関数、べき関数等の級数で仮定する、これは厳密には無限級数を扱うことになり、無限連立方程式となる。実質は有限項で打切るが無級数で式を作り、計算のみ有限項で打切る方法と、はじめから、有限項で仮定し、誤差を最小にする条件で解く方法がある。

b) 接続線上の有限個の点での断面力の値を未知数と取る： それらの点でその値をとる $\sin$ 級数を求め（Fourier $\sin$ 変換する）それを自由辺に載荷して求めた板内の断面力と等しいという式から連立方程式を解く。

2) 自由辺凹角部における特異性について； 板を切断して考えた場合、切断部に力いてゐる力としては、曲げモーメント、換算剪断力、およびコーナーに力く集中力がある。その集中力によって、その点の曲げモーメントは発散するが、切断部に沿った積分値は、つり合の条件から一定になるので、積分中を微小中だけずらすというような方法等で特異点を回避することが出来る。また不静定モーメントによる、ねじりモーメントもその自由辺のその分布中の端部で式の上では発散するが、同様に微小きより離れた点で求めるという方法を使って処理できる。

§3. 数値計算例；

巾/スパン比が $1/3$ の板が中心で直角に交り形の板に等分布荷重が載荷した場合の計算例をここに示す。ポアソン比 0.3 。

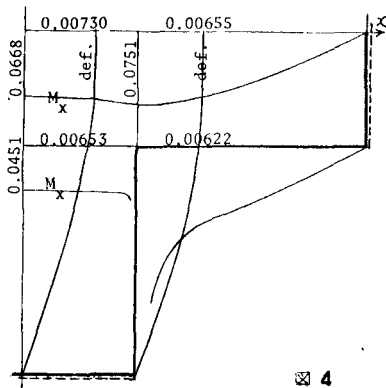


図 4

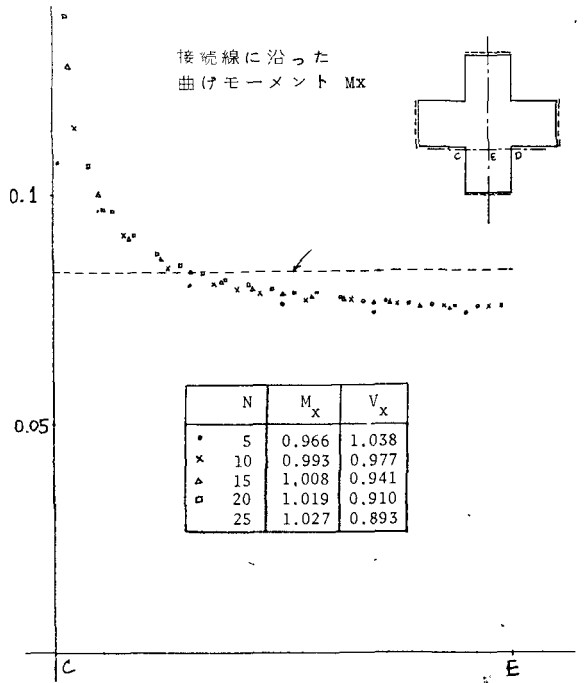


図 5