

浄水場の段階的規模拡張計画モデルについて

京都大学工学部	正 員	吉川和広
京都大学工学部	正 員	春名 攻
京都大学工学部	正 員	○岡田憲夫
京都大学大学院	学生員	吉永一夫

1. はじめに

わが国の水道施設の拡張方法では、年々増加していく水需要に対してその場しのぎの対応策を立てていくという需要追従型の形態をとることが多い。これは水道施設の建設の事業が各市町村単位で運営されていることによるが、投資効率の点からみるとさきわめて非効率的であるとともに、水不足という事態を招く危険性もある。したがって今後においては、効率的な水道事業方式の確立をはかるとともに、資金面からの実行可能性を浮証していくための長期にわたる段階的な拡張計画を作成していくことが必要となると考えられる。本研究は、このような観点になつて広域水道方式をとる場合の水道施設の拡張計画の問題を数学モデルによって定式化するとともに実証例をとおしていくつかの側面からの分析を行なつたものである。

2. モデルにおける仮定

広域水道方式にも種々の方法が考えられるが、モデル化にあたり以下のような仮定を設ける。

- ①各期間において対象地或全体の全供給能力は全需要量を満たす。
- ②諸都市間に全期間を通じて必要となる最大の送水量が供給できるような送水管を計画対象期間の期首に布設することにより、供給能力に余裕のある都市から不足の都市へ送水を行なう。
- ③対象都市全体で必要とされる取水量は全て確保されている。

④給水の最終的な対象としては各都市の配水池までとし、本端の給水は対象としない。

3. モデル化

k : 都市を表わすインデックス
 L : 対象都市の数, l : 期間のインデックス
 T : 計画対象期間の年数 ($l=1, 2, \dots, n$)
 n : 計画対象期間の期数
 τ : 各期間長(等長とする.) ($T=n\tau$)
(変数)

x_i^k : 期間 i において都市 k で建設される浄水場の拡張規模 ($x_i^k \geq 0$)

y_i^{kl} : 都市 k (供給能力に余裕のある都市) から都市 l (供給能力に不足が生じている都市) への送水量 ($y_i^{kl} \geq 0$)

(集合)

A_i : 期間 i において供給能力に余裕のある都市の集合

A_i^c : 期間 i において供給能力に不足のある都市の集合

k_i : A_i の要素, l_i : A_i^c の要素

(関数)

$D_i^k = D^k(i)$, D_i^k : 都市 k 期間 i の需要量
 $C_i^k = C(x_i^k)$, C_i^k : 都市 k 期間 i の浄水場の建設費

$O_i^k = O(w_i^k)$, O_i^k : 都市 k 期間 i の浄水場の維持管理費 (τ 年当り)

$O_i^{kl} = O(w_i^{kl})$, O_i^{kl} : 都市 k 期間 i の浄水場の維持管理費 (τ 年当り)

また $w_i^{kl} = \sum_{l_i} y_i^{kl_i} + D_i^{kl_i}$ for $kl_i \in A_i$

$w_i^{kl_i} = D_i^{kl_i} - \sum_{k_i} y_i^{k_i l_i}$ for $kl_i \in A_i^c$

$K^{k_0 l_0} = K(y^{k_0 l_0})$, ここで k_0, l_0 はそれぞれ送水量が最大となるように送水を実施する都市と送水を受ける都市を表す。また $K^{k_0 l_0}$ は都市 k_0 と都市 l_0 の送水管の建設費を表す。

$P_i^{k_0 l_0} = P(y_i^{k_0 l_0})$, $P_i^{k_0 l_0}$: 都市 k_0 と l_0 の間の送水管の維持管理費 (2年当り)

(制約条件の定式化)

$\sum_{i=1,2,\dots,n} x_i^{k_0} - D_i^{k_0} \geq 0$ (供給能力に余裕のある条件)

$\sum_{i=1,2,\dots,n} x_i^{k_0} - D_i^{k_0} < 0$ (供給能力に不足のある条件)

$\sum_{i=1} x_i^{k_0} - \sum_{j=1} y_j^{k_0 l_0} \geq D_i^{k_0}$ for $k_0 \in A_i$ ($i=1,2,\dots,n$)

$\sum_{i=1} x_i^{k_0} + \sum_{j=1} y_j^{k_0 l_0} \geq D_i^{k_0}$ for $k_0 \in A_i$ ($i=1,2,\dots,n$)

$\sum_{i=1} \sum_{k_0} x_i^{k_0} \geq \sum_{i=1} D_i^{k_0}$ (総供給量 $\geq$ 総需要量)

(評価関数の定式化)

評価の対象とすべき費用は上記の費用の総和とする。これは、一般に水道事業体の施設の拡張を行なうにあたっては、その資本の大部分を借入債によっており、事業体の関心はむしろこの借入債の償還額にあるところによる。さらにこの償還額を用いれば施設のあそびに対する機会損失費用をも評価することから合理的である。一般に、公共事業体の償還方法には定額法が用いられているので、以下においてはこの方法を採用し建設費の償還額を求める。このとき資本回収係数は次式で表される。

$$g(r) = \frac{r(1+r)^m}{(1+r)^m - 1} \quad (m=30, r: \text{借入債の年利})$$

したがって期間 i の期首に建設された浄水場の償還額は計画対象期間全体では以下のよう表わされる。

$$S_i^k = (n-i+1) \cdot \tau_a \cdot C(x_i^k) \cdot g(r) = (n-i+1) \cdot \tau_a \cdot \frac{r(1+r)^{n-i+1}}{(1+r)^{n-i+1} - 1} \cdot C_i^k \quad (i=1,2,\dots,n, k=1,2,\dots,K)$$

S_i^k : 都市 k 期間 i に建設された浄水場の年間償還額のうち、 $i=1$ から $i=n$ までの総和

また送水管の建設は計画対象期間 T の期首において行なわれるので、この建設費の償還額は期間全体では以下のよう表わされる。

$$R^{k_0 l_0} = n \cdot \tau_a \cdot \frac{r(1+r)^{n-1}}{(1+r)^{n-1} - 1} \cdot K^{k_0 l_0}$$

$R^{k_0 l_0}$: 都市 k_0 と l_0 の間の送水管の建設費のうち、 $i=1$ から $i=n$ までの総和

したがって計画対象期間全体の償還額と維持管理費を地域全体について総和と見なし、目的関数は次のよう表わされる。

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{k_0} S_i^k + \sum_{k_0, l_0} R^{k_0 l_0} + \sum_{i=1}^n \sum_{k_0, l_0} O_i^{k_0 l_0} + \sum_{k_0, l_0} \sum_{i=1}^n P_i^{k_0 l_0}$$

ゆえに問題は Z を最小にする x_i^k ($i=1,2,\dots,n; k=1,2,\dots,K$)、 $y_i^{k_0 l_0}$ ($i=1,2,\dots,n$) の値を求めればよいことになる。

4. モデルの解法

定式化されたモデルは、非線形計画問題(NP)になっている。しかし DPM (最大原理) あるいは LP の近似など、の最適化手法をこのモデルに適用することは、制約条件や変数の数が多いなどの理由で実際問題として適切でない。したがってあらかじめ妥当と考えられる最小単位の拡張規模を設定し、考えられる x_i^k のパターンを前もって列挙しておく方法(列挙法)を用いることにした。

5. 結果の考察

実証計算を行なうにあたっては兵庫県の加古川水系の加古川市、高砂市を対象地域とした。その結果を一般的に述べると以下のようになる。
① 浄水場の拡張は各都市で独自に行なうより、これらの都市が共同して一度に大規模な建設を行なう方が、地域全体の立場からみて有利である。

② 各期の建設拡張にあたっては、その期間を通じて施設にあそびが生じない程度の建設を行なうのが望ましい。

5. おわりに

このモデルによる分析を広域水道計画への有効な情報とするためには、データの検討とモデルの改善を試みる必要がある。具体的な計算結果と今後の改善点については、講演時に詳述する。