Ⅳ－11

非線形計画法による等時間原則交通量配分計算

京都大学工学部　正員　井上博司
同　学生員　○長沢小太郎

1．まえがき　飯田，井上，魚住[1]は等時間原則による交通量配分に関してカット法と呼ばれる計算法を提唱している。カット法とはＯＤ交通量の需給関係をカットセットによって表わした条件式（カット条件式）を用いるものであり，これと等時間条件式を連立して解くことによって求める区間交通量が得られる。しかしこの方法では，等時間パターンを何らかの方法によって探索することが必要であり，計算を組織化することに問題が残されていた。ここでは，非線形計画法を応用した２つの交通量配分計算法を述べる。その１つはカット法を別の観点よりとらえたものであり，最適値問題として定式化を行い，これが従来のカット法と等価であることを示す。他の１つはパスフローを変数としたものであり，松井[2]により総所要時間最小化原則配分に関して提唱されている計算法を若干改良して，等時間原則配分に応用したものである。

2．最適値問題としてみたカット法　Jørgensenによって設定された目標関数を用い，ＯＤ交通量の連続条件式をカットを用いて作ると，等時間原則交通量配分の問題は次のように定式化できる。

目標関数　$F = \sum_j \int_0^{X_j} f_j(X)\,dX \rightarrow min$　(1)

制約条件　$\sum_j C_{kj} X_j \geqq \sum_i e_{ki} S_i \quad (k=1,2,\cdots,K)$ (2)，　$X_j \geqq 0 \quad (j=1,2,\cdots,J)$　(3)

ここに，X_j：リンクjの交通量　，C_{kj}：カットkがリンクjを切るとき1，切らないとき0
$f_j(X)$：リンクjの所要時間，e_{ki}：カットkがＯＤiを分離するとき1，分離しないとき0
S_i：ＯＤiのＯＤ交通量，（ただし$f_j(X)$はXに関する単調増加関数）

である。またカットは真切断集合のすべてを考えている。(2)，(3)で与えられる制約集合は凸集合であり，かつ目標関数は凸関数であるから，局所的最小は全域的最小に一致する。

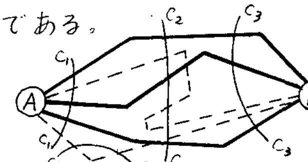
制約条件(2)，(3)のもとで目標関数(1)がX_j^*（$j=1,2,\cdots,J$）で最小となるための必要十分条件は，あるλ_k^*（$k=1,2,\cdots,K$）が存在して次式が成り立つことである。

$X_j^* = 0$ なるjについては　$-f_j(X_j^*) + \sum_k \lambda_k^* C_{kj} \leqq 0$　(4)

$X_j^* > 0$ なるjについては　$-f_j(X_j^*) + \sum_k \lambda_k^* C_{kj} = 0$　(5)

$\lambda_k^* = 0$ なるkについては　$\sum_j C_{kj} X_j^* - \sum_i e_{ki} S_i \geqq 0$　(6)

$\lambda_k^* > 0$ なるkについては　$\sum_j C_{kj} X_j^* - \sum_i e_{ki} S_i = 0$　(7)



図・1　カットとパス

式(4)，(5)中の$f_j(X_j^*)$はリンクjの所要時間であり，もしリンクjに交通量が存在すれば，そのリンクの走行時間はそのリンクを切るカットに関するλ^*の値の和に等しく，交通量がなければそれよりも大であることを示している。$\sum_k \lambda_k^* C_{kj}$はリンク$j$の両端のノード間の最短経路にそう所要時間に等しい。式(7)は，$\lambda_k^* > 0$ なるカットkについては，カットkが切るリンクの交通量の総和はカットkの両側のノードを結ぶＯＤ交通量の和に等しいということを示しており，これは従来のカット法におけるカット条件式に相当する。このよ

うなカットを効いているカットということにしよう。

いま道路網中の任意の2つのノードA,BとAB間に存在する経路について考える。交通量の流れる経路は式(7)より明らかにA，Bを2つに分けるような効いているカットを唯1回横切っている。したがってそれらの経路に沿う所要時間はA，Bを2つに分けるような効いているカットに関する入値の和に等しい。これより交通量の流れる経路が複数あればそれらの所要時間は皆等しいことがいえる。上に述べたことは従来のカット法において，カット条件式で対象とするのは交通量の流れる経路を唯1回切るようなカットであるということと全く同じ意味をもつものである。その他の交通量の流れない経路は，A，Bを2つに分けるような効いているカットを最低1回横切り，さらに他の効いているカットをも何回か横切るのであるから，それらの経路に沿う所要時間は交通量の流れる経路についてのそれよりも大である。以上のことより制約条件(2)，(3)のもとで目標関数(1)を最小にする問題は従来のカット法と全く等価であることが証明された。

実際の計算はSUMT変換により制約条件なしの最適化問題に置き換え，Fletcher－Powellの方法により解を求めるという方法を用いている。走行時間関数を線形に仮定すると2次計画の問題となるので2次計画法を用いることもできる。また制約条件が線形であるから勾配射影法も有効であろう。

3．パスフローを変数にとった場合における非線形計画法の応用　パスフローを変量にとったときの等時間原則交通量配分の最適値問題としての定式化は次のようである。

目標関数　$F=\sum_{j}\int_{0}^{X_j} f_j(x)\,dx \rightarrow min$　(8)

制約条件　$\sum_{i}\sum_{k} \gamma_{kj}^{i} x_{k}^{i} = X_j \quad (j=1,2,\cdots,J)$　(9)，　$x_{k}^{i} \geqq 0 \quad \left(\begin{array}{l} i=1,2,\cdots,I \\ k=1,2,\cdots,K \end{array}\right)$　(11)

$\sum_{k} x_{k}^{i} = S^{i} \quad (i=1,2,\cdots,I)$　(10)　，

ここに　γ_{kj}^{i}：OD i パス k がリンク j を経由するとき1，経由しないとき0

x_{k}^{i}：OD i パス k を流れる交通量

これもまたSUMT変換とFletcher Powellの方法を用いることによって解ける。問題は経路の探索である。そのために次のようなアルゴリズムを用いた。

i) ゼロフロー時の最短経路を探索し，すべてのOD交通量をそれに流す。各リンクの走行時間を修正する。

ii) 再び最短経路探索を行い，そのパスが以前のと違っておれば新しい変数に組み込む。

iii) 選ばれた変数に対して目標関数を最小にするようなパスフローを求める。

iv) 各リンクの走行時間を修正して ii) にもどる。

v) 以上の計算を各リンクの交通量が収束するまで続ける。

4．あとがき　パスフローを変数に選んだ場合には解が唯一でないために収束性に問題があることが計算結果から明らかとなった。なお上に述べた方法は等時間原則交通量配分の場合のみならず目標関数が凸関数（最大化の場合は凹関数）となるような問題例えば総所要時間最小化原則配分に対しても有効である。

〈参考文献〉1) 飯田，井上，魚住；カット法による交通量配分，土木学会論文報告集，昭46.12，pp95～103

2) 松井寛；非線形な走行時間関数を用いた輸送計画的配分，第10回日本道路会議一般論文集，昭46.10，pp.15～16