

円形トンネル覆工に作用する圧力の弾性論的考察

神戸大学工学部 正 員 櫻井春輔
神戸大学大学院 学生員・○吉村佳映

1. はしがき

弾性地山内のトンネル覆工に作用する圧力分布は、板にリングをはめこんだ問題として従来解析されてきた。しかし、弾性地山であれば、変位はトンネル掘削の瞬間に終了し、その後、覆工を施してもそこには圧力は作用しないことになる。したがって、覆工に作用する圧力は^(の解法)地山を粘弾性体と考えることによってはじめて可能となる。しかし、覆工の設計においては、その圧力の経時的変化よりも、その最大値すなわち終局値が必要であり、厳密な粘弾性解析を行なう必要はない。このような観点から、ここでは、圧力の終局値を弾性論的に解析することを提案する。

2. 基礎方程式の誘導

2. 1 トンネル周辺の地山及び覆工の変位

図-1に示すように、弾性地山に P , θ なる応力が作用した場合の、 $r=b$ における変位 U_r^1 , U_θ^1 は、複素応力関数を次のようにおくことにより求められる。

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= A z \\ \psi(z) &= B z^2 \end{aligned} \quad \text{但し} \quad A = -(P+\theta)/4 \quad B = (P-\theta)/4 \quad (1)$$

又、図-2に示すように、円形トンネルを掘削して、 P , θ を作用させた時の $r=b$ における変位 U_r^2 , U_θ^2 は、複素応力関数を次のようにおくことにより決定できる。

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= M \log z + A z + \sum_{n=1}^{\infty} A_n z^{-n} \\ \psi(z) &= N z \log z + K \log z + B z^2 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n z^{-n} \end{aligned} \quad (2)$$

したがって、 P , θ なる初期応力が作用している地山に、円形トンネルを掘削したために生ずる変位 U_r^3 , U_θ^3 は、次のように表わされる。

$$U_r^3 = U_r^2 - U_r^1 \quad U_\theta^3 = U_\theta^2 - U_\theta^1 \quad (3)$$

次に、図-3に示すように、覆工の $r=b$ における変位 U_r^4 , U_θ^4 は、複素応力関数を

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= M \log z + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n z^n \\ \psi(z) &= N z \log z + K \log z + \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n z^n \end{aligned} \quad (4)$$

とおくことにより決定される。更に、図-4に示すように、覆工の地山におよぼす圧力による変位 U_r^5 , U_θ^5 は、複素応力関数を

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= M \log z + \sum_{n=1}^{\infty} A_n z^{-n} \\ \psi(z) &= N z \log z + K \log z + \sum_{n=1}^{\infty} B_n z^{-n} \end{aligned} \quad (5)$$

とおくことにより決定される。

2. 2 地山と覆工の変位の適合条件

$r=b$ における地山と覆工の変位の適合条件は、つぎのように表わされる。

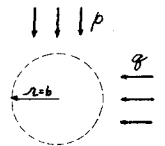


図-1

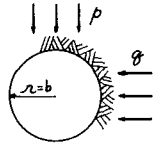


図-2

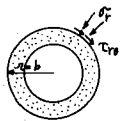


図-3

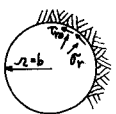


図-4

$$U_r^4 = U_r^3 - U_r^5$$

$$U_\theta^4 = U_\theta^3 - U_\theta^5$$

(6)

3. 粘弾性論的考察

トンネル掘削の瞬間に弾性変位は終了し、その後地山は粘弾性的に変位すると考える。いま、地山のクリープ関数 $\psi(t)$ を $\psi(t) = \frac{1}{G} + \frac{1}{G^*}(1 - e^{-t/\tau})$ とすれば、トンネル掘削後、 t_0 時間後の地山の変位の計算においてクリープ関数は $\psi^*(t) = \frac{e^{-t_0/\tau}}{G^*}(1 - e^{-t/\tau})$ とすればよい。しかし、覆工から地山におよぼす圧力による地山の変位の計算においては、 $\psi(t)$ を用いなければならない。一方、覆工はせん断弾性係数 G_L の弾性体とする。粘弾性解析の結果によれば、覆工に作用する圧力が $\sigma_r(\rho, t) = D(\psi)Q(t)$ のように変数分離可能な場合には、圧力の終局値は、 U_r^3 , U_θ^3 の計算においてせん断弾性係数を $G^*/e^{-t_0/\tau}$, U_r^4 , U_θ^4 の計算において $G G^*/(G + G^*)$, U_r^5 , U_θ^5 において G_L とした場合の弾性解と一致することが確かめられる。

4. 計算例

計算例として図-5に示す円形トンネルを考え、覆工のせん断弾性係数を G_L とし、 $G^*/e^{-t_0/\tau} = G G^*/(G + G^*)$ の場合とする。

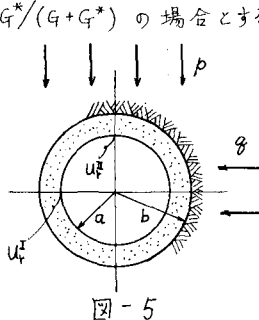


図-5

せん断力を無視しない場合

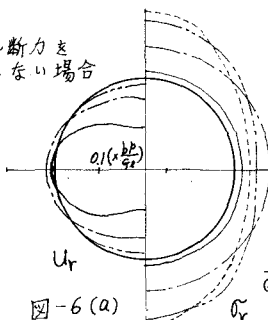


図-6(a)

せん断力を無視する場合

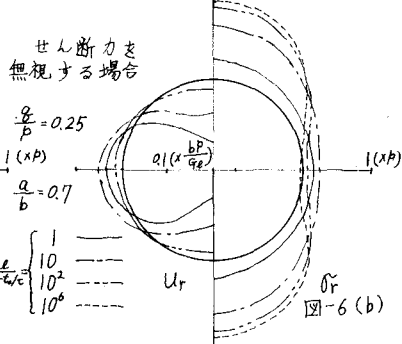


図-6(b)

せん断力を無視しない場合

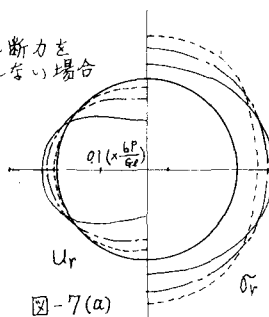


図-7(a)

せん断力を無視する場合

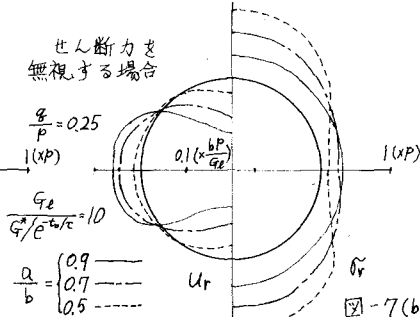


図-7(b)

せん断力を無視しない場合

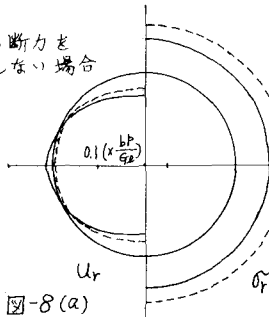


図-8(a)

せん断力を無視する場合

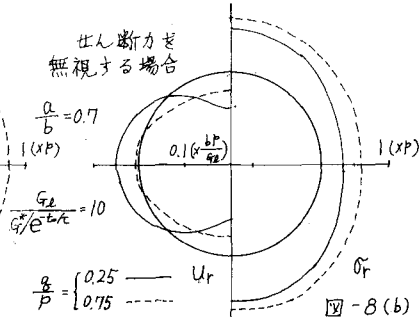


図-8(b)

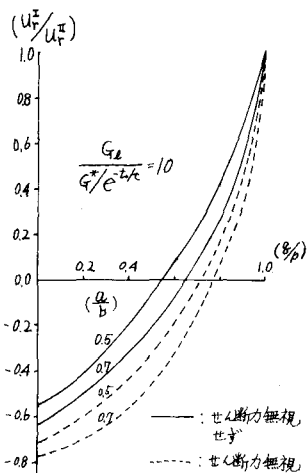


図-9

参考文献

森口繁一：2次元弾性論 (1958) 岩波書店