

粘弾性地山の初期応力および力学定数の推定について

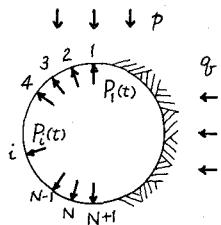
神戸大学 正員 桜井春輔 学生員。森田正三

1. はしがき

トンネル支保工の変形挙動は地山の初期応力、その力学的性質および支保工の剛性によって変化するものである。したがって、地山の力学的性質および支保工の剛性が既知の場合は、支保工の変形挙動から地山内の初期応力を推定することができる。逆に、初期応力が既知の場合は、地山の力学的性質を推定することができる。ここでは、その推定方法について述べる。

2. 基礎方程式の誘導

図-1に示す様に、や、なる初期応力が作用している地山にトンネルを掘削する。くさびを介して地山と接する支保工に作用する圧力は、時間と共に変化する。いま、重ね合せの原理が成立し、圧力が支保工に垂直であると仮定する。ある時刻 t の時、くさびにおける地山の変位 $\{U(t)\}$ は、支保工を施した時を基準にして、次のように表わされる。



$$\{U(t)\} = [A(t)] \begin{pmatrix} P \\ t \end{pmatrix} - [B(t)] \{P(t)\} \quad (1)$$

図-1

ここで、 $[A(t)], [B(t)]$ はトンネルの幾何学的関係と地山の力学的性質によって定まる係数行列である。次に、支保工を線構造物とした時の節点変位 $\{U^e(t)\}$ 、あるいは、二次元構造物とした時の節点変位 $\{U^{el}(t)\}$ は、それぞれ次のように表わされる。

$$\{U^e(t)\} = [C_e(t)] \{P(t)\} \quad (2.1) \quad \{U^{el}(t)\} = [C_{el}(t)] \{P(t)\} \quad (2.2)$$

ここで $[C_e(t)], [C_{el}(t)]$ は各々の構造物の形状および剛性によって定まる係数行列である。さて、くさびの位置における変位の適合条件は、(3)式で表わされる。 $\{U(t)\} - \{U^{el}(t)\}$ (3)

(3)式に、(1), (2.1), (2.2)式を代入しラプラス変換を施して整理すれば(4)式となる。

$$[A(s)] \begin{pmatrix} P \\ s \end{pmatrix} = [B(s) + C_{I+II}(s)] \{P(s)\} \quad ([B(s)] \text{は } [B(t)] \text{をラプラス変換したものである}) \quad (4)$$

いま、 $\{P(s)\}$ を推定できとすれば、(4)式において最小自乗法を用いてや、 s を決定することができる。逆に、や、 s が既知の場合は $\{P(s)\}$ が求まり、これをラプラス逆変換すれば、圧力の経時的变化が求まる。又、(4)式を変形することにより、や、 s が既知の時は地山の力学的定数を最小自乗法を用いて求めることができる。

3. 支保工に作用する圧力の推定

曲げモーメント/半径、軸力がデータとして与えられたとする。それらは支保工の圧力 $\{P\}$ と次の関係がある。

$$\begin{cases} M(t)/a \\ N(t) \end{cases} = [D] \{P(t)\} \quad (D) \text{: 定数係数行列} \quad (5)$$

次に、変位 $\{U(t)\}$ がデータとして与えられる時は、次の関係がある。

$$\{U(t)\} = [E(t)] \{P(t)\} \quad [E]: \text{支保工の力学的定数によって与えられる係数行列} \quad (6)$$

(5)又は(6)式をラプラス変換すると $\{P(s)\}$ が求まる。

$$\begin{cases} M(s)/a \\ N(s) \end{cases} = [D] \{P(s)\} \quad (7) \quad \{U(s)\} = [E(s)] \{P(s)\} \quad (8)$$

$\{P(s)\}$ を(4)式に代入すると地山の力学的定数が既知の時は、初期応力 γ , E が求まる。逆に、 γ , E が既知の時は、地山の力学的定数が求まる。この時、もし支保工か地山に比較して剛である時、あるいは支保工か地山に比較して柔らかい時はラプラス変換の必要はなく、直接 γ , E を求めることができる。^{*)} 次に、数値ラプラス変換について述べる。

いまデータが $F(t) = \sum_{k=1}^n a_k (1-e^{-kt})$ により表わされると仮定する。

図-2は、 $F(t)=2(1-e^{-0.05t})+20(1-e^{-0.25t})+3(1-e^{-0.5t})$ ($t=1, 2, \dots, N$ N :データ数)を、6次の多項式で最小自乗近似したものとラプラス変換した値と、 $|0.5F(t)|/|F(s)|$ と $|F(t)|/|F(s)|$ なる全く任意な値 $F_s(t)$ を(±50%の精度と呼ぶ)同様にラプラス変換した値とを比較したものである。図より±50%の精度のデータより得られた数値ラプラス変換の解は、ほぼ±5%の精度であることがわかる。

5. 計算結果

初期応力は、データが±7%以下なら相当良好な精度で求まることを既に発表した。^{*)} 支保工は線構造物であり、データはモーメント/半径、および軸力をあつた。ここでは、地山の力学的定数の推定について述べる。支保工は二次元構造物、データは変位とする。計算例として図-3に示す円形トンネルを考える。計算には次の値を用いる。;

$$P = 100 \text{ kN/cm}^2, g = 25 \text{ kN/cm}^3, \text{覆工の奥行} = 10 \text{ cm}, R = 138 \text{ cm}, R' = 150 \text{ cm}$$

支保工；断面積=25cm², 断面二次モーメント=1500cm⁴, ポアソン比=0.28,

$$\text{支保工のクリーフ関数} = \frac{1}{E} + \frac{1}{E^*}(1-e^{-\frac{t}{E}}), \text{ 地山のクリーフ関数} = \frac{1}{2G} + \frac{1}{2G^*}(1-e^{-\frac{t}{G}}) \quad E=1;$$

上述の $\{P(s)\}$ を(4)に代入すると地山の力学的定数(無次元形)は定まるか、ここでは、その正解を知るために、 $2G/E=0.01$, $G^*/G=1$, $E^*=\infty$, $t=1$ (hour)の場合につき、変位 $\{U(t)\}$ を求め、それをラプラス変換した $\{U(s)\}$ を求める。これを図示すれば図-4となる。この $\{U(s)\}$ を±2%, ±5%変化させ、これを測定値とみなして、地山の力学的定数を求める試みを試みる。一例として $S=4$ の場合の測定値は表-1のようになる。この値をデータとして(8)式から $\{P(s)\}$ を求めると表-2となる。初期応力の推定の場合とは異なり S のある値に対して $2G/E$, G^*/G , t の値は一意的に定まりず、 S の値を三つ以上とて最小自乗法を行う必要がある。表-3に S の値を15個とて計算しE値を示した。

この計算結果で $\{U(s)\}$ は±5%の精度で、ほぼ満足すべき解が得られた。これはデータなる変位 $\{U(t)\}$ の測定精度±50%に対して満足すべき解が得られる事を示している。

表-1 変位のデータ $S=4$ ($\times 10^2 \text{ cm}$) 表-2 $\{P(s)\}$ の推定値 $S=4$ ($\times 10^{12} \text{ N}$) 表-3 力学的定数の推定について

Case	測定点					作用点			Case				
	1	2	3	4	5	1'	2'	3'			2G/E	G^*/G	t
A	51.2	37.8	-4.00	-25.6	-51.4	A	13.1	11.9	10.1	A	0.01	1.00	1.00
B	52.5	39.0	-3.95	-25.5	-51.1	B	15.5	14.4	12.1	B	0.01	1.19	1.03
C	49.3	37.2	-4.19	-25.6	-50.8	C	13.6	11.5	10.1	C	0.01	0.93	0.96

A: 真値

B: ±2%

C: ±5%

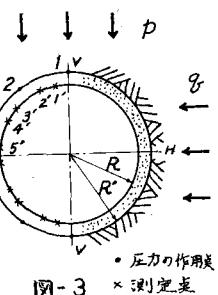
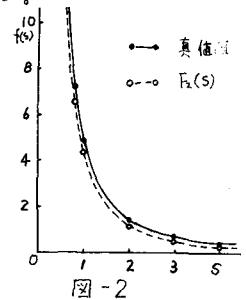


図-3

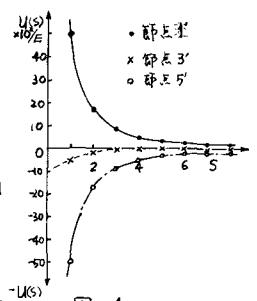


図 4