

1. まえがき

地盤の非弾性的な性質を考慮した複合地盤反力法、または弾、塑性解析法の理論式は、塑性域での地盤反力 p_k を一般的に $p_k = p_1 x^n + Q$ の形で与えることにより誘導されたものであるが、地表面近くの地盤反力が図-1に示すごとく不規則に変化する地盤や、不連続に変化し、上記のごとく p_k を $p_k = p_1 x^n + Q$ の形で表示しがたい地盤などに対しては適用上の問題があるものと考えられる。そこで著者は、かかる場合を対象とした理論式を誘導し、模型杭と模型地盤を対象として2, 3の数値計算を試みたのでそれらの結果を報告する。

2. 理論式の誘導

地上に突出していない単杭が水平力 H を受ける場合、杭の周辺地盤が水平力の増大にともない地表面から次第に降伏状態に達するものと考え、各領域での地盤反力を図-1に示すごとく、 $b(p_1 x_1^n + Q_1)$, $b(p_2 x_2^n + Q_2)$, $b k y_3$ として与えれば、各領域における杭の基礎方程式は、 EI :杭の曲げ剛性、 b :杭の作用幅として、それぞれ次式で示される。

$$(0 < x < z_1): \frac{d^4 y_1}{dx^4} + \frac{b(p_1 x_1^n + Q_1)}{EI} = 0 \quad (1), \quad (z_1 \leq x < x_p): \frac{d^4 y_2}{dx^4} + \frac{b(p_2 x_2^n + Q_2)}{EI} = 0 \quad (2), \quad (x \geq x_p): \frac{d^4 y_3}{dx^4} + \frac{b k y_3}{EI} = 0 \quad (3)$$

杭が無限長である場合を対象として式(1), (2), (3)の一般解を求めると次式が得られる。

$$y_1 = -\frac{b}{EI} \left\{ \frac{p_1 x_1^n}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} + \frac{Q_1}{24} \right\} x_1^4 + \frac{1}{6} C_1 x_1^3 + \frac{1}{2} C_2 x_1^2 + C_3 x_1 + C_4 \quad (4)$$

$$y_2 = -\frac{b}{EI} \left\{ \frac{p_2 x_2^n}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} + \frac{Q_2}{24} \right\} x_2^4 + \frac{1}{6} C_5 x_2^3 + \frac{1}{2} C_6 x_2^2 + C_7 x_2 + C_8 \quad (5)$$

$$y_3 = e^{-\beta x_3} (C_9 \cos \beta x_3 + C_{10} \sin \beta x_3) \quad (6)$$

ここに、 $\beta = \sqrt{bk/4EI}$ で $C_1 \sim C_{10}$ は積分定数である。ここで、杭頭($x_1=0$)における境界条件を考えると次式が成立し、

$$(y_1)_{x_1=0} = 0, \quad (y_1'')_{x_1=0} = \frac{H}{EI} \quad (7)$$

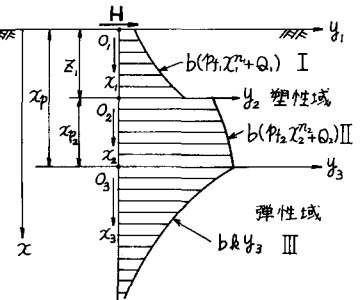


図-1. 弾、塑性域と地盤反力

塑性域Ⅰと塑性域Ⅱの境界($x_1=z_1$, $x_2=0$)、塑性域Ⅱと弾性域の境界($x_2=x_p$, $x_3=0$)での連続条件を考えると、それぞれに対して次式が成立する。

$$(y_1)_{x_1=z_1} = (y_2)_{x_2=0}, \quad (y_1')_{x_1=z_1} = (y_2')_{x_2=0}, \quad (y_1'')_{x_1=z_1} = (y_2'')_{x_2=0}, \quad (y_1''')_{x_1=z_1} = (y_2''')_{x_2=0} \quad (8)$$

$$(y_2)_{x_2=x_p} = (y_3)_{x_3=0}, \quad (y_2')_{x_2=x_p} = (y_3')_{x_3=0}, \quad (y_2'')_{x_2=x_p} = (y_3'')_{x_3=0}, \quad (y_2''')_{x_2=x_p} = (y_3''')_{x_3=0}$$

式(7), (8)より積分定数 $C_1 \sim C_{10}$ を求めると次のような結果となる。

$$C_1 = \frac{H}{EI}, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = -[Z_1'] - [Xp_2'] - \frac{[Xp_2'']}{\beta} - \frac{[Xp_2''']}{2\beta^2}, \quad C_4 = -[Z_1] + Z_1[Z_1'] - [Xp_2] + Xp_2[Xp_2'] + \frac{(1+2\beta Xp_2)}{2\beta^2}[Xp_2''] + \frac{(1+\beta Xp_2)}{2\beta^3}[Xp_2''']$$

$$C_5 = [Z_2''], \quad C_6 = [Z_2'], \quad C_7 = -[Xp_2'] - \frac{[Xp_2'']}{\beta} - \frac{[Xp_2''']}{2\beta^2}, \quad C_8 = -[Xp_2] + Xp_2[Xp_2'] + \frac{(1+2\beta Xp_2)}{2\beta^2}[Xp_2''] + \frac{(1+\beta Xp_2)}{2\beta^3}[Xp_2'''] \quad (9)$$

$$C_7 = \frac{[Xp_2'']}{2\beta^2} + \frac{[Xp_2''']}{2\beta^3}, \quad C_{10} = -\frac{[Xp_2'']}{2\beta^2}$$

式(9)において

$$[Xp_2] = -\frac{b}{EI} \left\{ \frac{p_2 x p_2^{n_2}}{(n_2+1)(n_2+2)(n_2+3)(n_2+4)} + \frac{Q_2}{24} \right\} x p_2^4 + \frac{1}{6} [Z_1''] x p_2^3 + \frac{1}{2} [Z_1'''] x p_2^2$$

$$[Xp_2'] = -\frac{b}{EI} \left\{ \frac{p_2 x p_2^{n_2}}{(n_2+1)(n_2+2)(n_2+3)} + \frac{Q_2}{6} \right\} x p_2^3 + \frac{1}{2} [Z_1'''] x p_2^2 + [Z_1''] x p_2$$

$$[Xp_2''] = -\frac{b}{EI} \left\{ \frac{p_2 x p_2^{n_2}}{(n_2+1)(n_2+2)} + \frac{Q_2}{2} \right\} x p_2^2 + [Z_1''] x p_2 + [Z_1']$$

$$[Xp_2'''] = -\frac{b}{EI} \left\{ \frac{p_2 x p_2^{n_2}}{(n_2+1)} + Q_2 \right\} x p_2 + [Z_1''']$$

$$[Z_1] = -\frac{b}{EI} \left\{ \frac{p_1 z_1^{n_1}}{(n_1+1)(n_1+2)(n_1+3)(n_1+4)} + \frac{Q_1}{24} \right\} z_1^4 + \frac{H}{6EI} z_1^3$$

$$[Z_1'] = -\frac{b}{EI} \left\{ \frac{p_1 z_1^{n_1}}{(n_1+1)(n_1+2)(n_1+3)} + \frac{Q_1}{6} \right\} z_1^3 + \frac{H}{2EI} z_1^2$$

$$[Z_1''] = -\frac{b}{EI} \left\{ \frac{p_1 z_1^{n_1}}{(n_1+1)(n_1+2)} + \frac{Q_1}{2} \right\} z_1^2 + \frac{H}{EI} z_1$$

$$[Z_1'''] = -\frac{b}{EI} \left\{ \frac{p_1 z_1^{n_1}}{(n_1+1)} + Q_1 \right\} z_1 + \frac{H}{EI}$$

地表面における杭の水平変位 y_0 は $y_0 = (y_0)_{x_2=0}$ の関係より次式で与えられる。

$$y_0 = C_4 \quad (11)$$

また、各領域の曲げモーメントは $M_1 = -EI(y_0'')$, $M_2 = -EI(y_2'')$, $M_3 = -EI(y_3'')$

の関係より

$$M_1 = b \left\{ \frac{p_1 z_1^{n_1}}{(n_1+1)(n_1+2)} + \frac{Q_1}{2} \right\} z_1^2 - H z_1$$

$$M_2 = b \left\{ \frac{p_2 x p_2^{n_2}}{(n_2+1)(n_2+2)} + \frac{Q_2}{2} \right\} x p_2^2 - EIC_5 - EIC_6 \quad (12)$$

$$M_3 = -EI \cdot 2\beta^2 e^{-\beta x_3} (C_9 \sin \beta x_3 - C_{10} \cos \beta x_3)$$

で与えられる。なお、塑性域の深さ x_p は、 $x_p = z_1 + x_{p2}$ で与えられ、

$$x_{p2} = (p_2 x p_2^{n_2} + Q_2) / k = (y_0)_{x_2 = x_{p2}}$$

$$\text{あるいは } (p_2 x p_2^{n_2} + Q_2) / k = (y_0)_{x_3 = 0}$$

の関係より

$$(p_2 x p_2^{n_2} + Q_2) / k = C_7 \quad (13)$$

を満足する解として与えられる。

3. 計算結果とその考察

講演時に報告する。

※ No. ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ の計算結果 / No. ① の計算結果

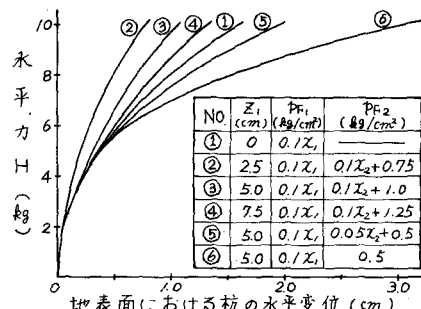


図-2. 地表面における杭の水平変位の計算結果
曲げモーメント (kg·cm)

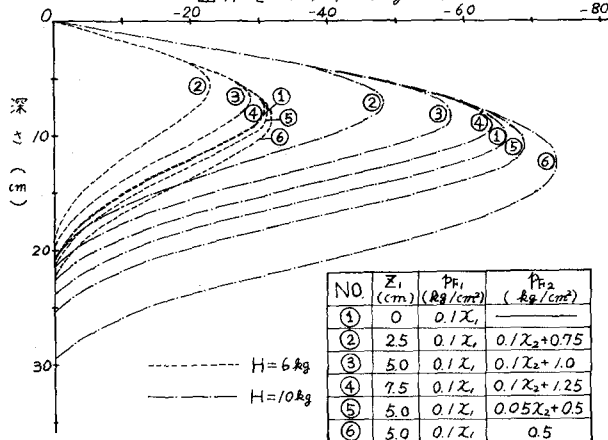


図-3. 曲げモーメントの計算結果 ($H = 6 \text{ kg}, 10 \text{ kg}$)

表-1. 計算結果一覧 ($b = 2 \text{ cm}$, 杭の奥行幅 = 1 cm , $E = 30000 \text{ kg/cm}^2$, $k = 10 \text{ kg/cm}$)

No	z_1 (cm)	p_1 (kg/cm ²)	p_2 (kg/cm ²)	水平力 H (kg)	最大曲げモーメント (kg·cm)	最大曲げモーメントを生ずる位置 (cm)	曲げモーメント第1零点の位置 (cm)	地表面における杭の水平変位 (cm)
①	0	0.1 x_1	—	2	6.13	1.00	5.05	1.00
				4	16.87	1.00	6.35	1.00
				6	30.98	1.00	7.75	1.00
				8	47.70	1.00	8.94	1.00
				10	66.67	1.00	10.00	1.00
				10	66.67	1.00	10.00	1.00
②	2.5	0.1 x_1	0.1 $x_2 + 0.75$	2	6.00	0.98	4.94	0.98
				4	13.46	0.80	5.14	0.81
				6	23.02	0.74	5.63	0.73
				8	34.86	0.73	6.40	0.72
				10	48.52	0.73	7.25	0.73
				10	48.52	0.73	7.25	0.73
③	5.0	0.1 x_1	0.1 $x_2 + 1.0$	2	6.13	1.00	5.05	1.00
				4	16.65	0.99	6.17	0.97
				6	28.76	0.93	6.69	0.86
				8	42.81	0.90	7.45	0.83
				10	58.50	0.88	8.23	0.82
				10	58.50	0.88	8.23	0.82
④	7.5	0.1 x_1	0.1 $x_2 + 1.25$	2	6.13	1.00	5.05	1.00
				4	16.87	1.00	6.35	1.00
				6	30.97	1.00	7.69	0.99
				8	47.04	0.99	8.42	0.94
				10	64.60	0.97	9.14	0.91
				10	64.60	0.97	9.14	0.91
⑤	5.0	0.1 x_1	0.05 $x_2 + 0.5$	2	6.13	1.00	5.05	1.00
				4	16.91	1.00	6.41	1.01
				6	31.38	1.01	8.04	1.04
				8	43.94	1.03	9.49	1.06
				10	62.26	1.04	10.81	1.08
				10	62.26	1.04	10.81	1.08
⑥	5.0	0.1 x_1	0.5	2	6.13	1.00	5.05	1.00
				4	16.96	1.01	6.50	1.02
				6	31.96	1.03	8.50	1.10
				8	50.96	1.07	10.50	1.17
				10	73.96	1.11	12.50	1.25
				10	73.96	1.11	12.50	1.25

1) 土質工学会: 鋼管 (土質基礎工学ライブラリー 6) p.61~66

2) 勝見雅・西本安範: 杭の水平抵抗に関する2,3の考察, 立命館大学理工学研究所紀要, 第17号, 昭.43.12