

Compacting Model による地盤内応力波伝播問題のアプローチ

京都大学工学部 正員 赤井浩一
京都大学工学部 学生員 〇霜上民生

1. まえがき 土中を伝播する応力波は、そのエネルギーが消散されることにより減衰していく。土中でのエネルギー消散については、復元力が振動振幅に比例し、消散力が速度に比例するという線形粘弾性減衰機構を仮定しているものが多い。ところで土の圧縮試験を行うと、Fig.1に示すように載荷・除荷の1サイクルで永久ひずみが生じる。この効果を *Compaction* というと、これは応力-ひずみ曲線上の履歴によるエネルギーの消散を意味している。したがって、時間に従属する粘性とともに、時間には独立な *Compaction* による消散を組みあわせて土のエネルギー消散特性を考えてみる。このような考えのもとに *Seaman* がまとめたものを Table 1 に示す。¹⁾ 今回の研究では、*Compaction* のみを考慮した線形履歴モデルと、それに粘弾性を加えた線形粘弾性履歴モデルとについて考察し、従来より行ってきた衝撃波載荷実験により得られたデータと比較してみた。

Table 1 Types of Soil Models

Line compaction	Compaction		
	none	linear	nonlinear
None	Elastic	Linear hysteretic	S-hysteretic
Linear	Constant tan delta	Viscoelastic compacting	—
Nonlinear	Standard linear viscoelastic	—	—
	—	—	True model for soil

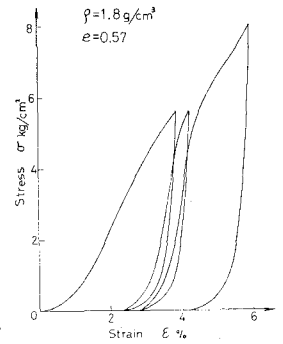


Fig.1 衝撃波一軸圧縮試験

2. *Compacting Model* 線形履歴モデルの応力-ひずみ関係を Fig.2 に示す。処女載荷時の弾性定数 E_0 よりも除荷・再載荷時の弾性定数 E_1 が大きいので、波速が $\sqrt{E/\rho}$ である *rad wave* を考えると、除荷波が載荷波に追いつくことになる。時刻 $t=0$ で $p=p_0$ に急激に立ち上がり、 $t=t_1$ で $p=p_1$ ($p_1 < p_0$) となる載荷波形を考えると、Fig.3 に示すように載荷波は E_0 に対応する波速 C_0 で伝播するが、 $t=t_1$ において生じる除荷波が E_1 に対応する波速 C_1 で伝播し、 $t=t_2$ で載荷波に追いついて反射波を生じる。反射波が載荷面と載荷波面とにおいて反射する過程をたどっていくことにより、応力が減衰しつつ伝播される。表面での波形を

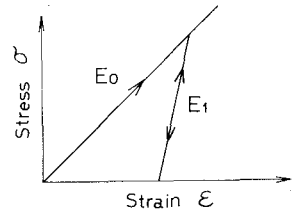


Fig.2 Stress-Strain Diagram of Compacting Model

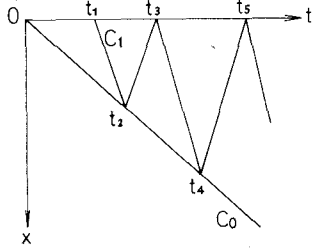


Fig.3 Space-time Diagram

$$p(t) = p_0 e^{-t/t_0} \quad (1)$$

とすると、土中の応力は $t > 0, x > 0$ に対し (2) 式で示される。²⁾

$$\frac{\sigma(x,t)}{p_0} = \left[e^{-(t-\frac{x}{C_1})/t_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \left\{ e^{-\alpha^n(t-\frac{x}{C_1})/t_0} - e^{-\alpha^n(t+\frac{x}{C_1})/t_0} \right\} \right] H(t-\frac{x}{C_0}) \quad (2)$$

このモデルに粘弾性を加味したものととして線形粘弾性履歴モデルを考える。このモデルの理論解は、フーリエ変換を用いた対応原理により (2) 式より導かれる。ここでは線形粘弾性モデル

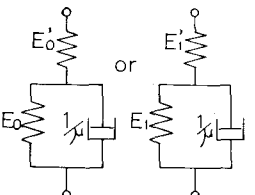


Fig.4 Viscoelastic Compacting Model

ルとして、バネとVoigt モデルを直列に配列したspring-Voigtモデルを使用した。Fig.4に示す2つのモデルは、それぞれ短波長と除荷・再載荷に対応している。(1)式の载荷波形に対する応答は(3)式で表わされる。³⁾

$$\frac{\sigma(x,t)}{p_0} = -\frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha^n) \int_0^{\infty} \frac{e^{-k_1(\omega) \omega x} e^{-k_2(\omega) \alpha^n \lambda (1-\beta)/t_0} (\frac{\lambda^n}{t_0} \omega \omega c_2 + \omega m \omega c_2) d\omega}{\alpha^{2n}/t_0^2 + \omega^2} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha^n) \int_0^{\infty} \frac{e^{-k_1(\omega) \omega x} e^{-k_2(\omega) \alpha^n \lambda (1+\beta)/t_0} (\frac{\lambda^n}{t_0} \omega \omega c_2 + \omega m \omega c_2) d\omega}{\alpha^{2n}/t_0^2 + \omega^2} \tag{3}$$

$$\tau_{ij} = t - \lambda k_1(\omega) \pm \frac{k_2(\omega)}{\omega} \alpha^n \lambda (1 \mp \beta) / t_0 \tag{4}$$

$$\beta = c_0/c_1, \quad (\alpha = (1-\beta)/(1+\beta)) \tag{5}$$

$$k_1(\omega) - i k_2(\omega) = \sqrt{\rho J(\omega)} \tag{6}$$

$J(\omega)$: spring-voigtモデルの複素インピーダンス

3. 計算結果と考察 線形履歴モデルについて(1)式を用いた数値計算の結果をFig.5に示す。ここでは $\lambda = c_1 \omega t_0$, $t = \tau t_0$ と無次元化されている。このモデルでは、载荷波は波速 c_0 で弾性的に伝播されるから、立ち上がり時間の増加はない。応力-ひずみ履歴によるエネルギーの消散により、ピーク応力が減衰していく。モデルは半無限と仮定しているの、物体内における除荷波の反射は時間的に無限に続き、ピーク以後の波形は、その継続時間が増加する傾向にある。線形粘弾性履歴モデルについて、(3)式を用いた数値計算の結果は当日発表する予定である。

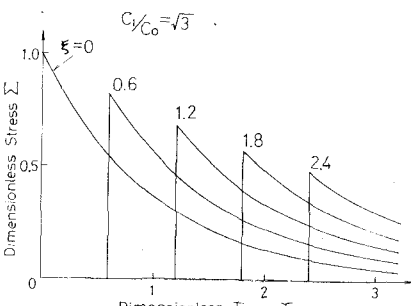


Fig.5 Response of Linear Hysteretic Model Subjected to a Spike Pulse

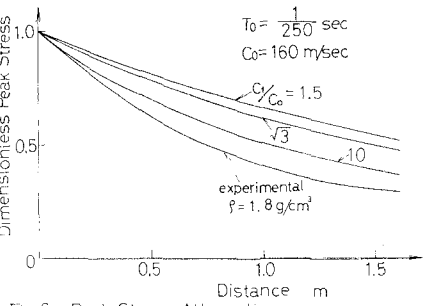


Fig.6 Peak Stress Attenuation

Shock tube による衝撃波载荷を行った波動伝播実験のデータと対比させてみるために、見かけ密度を 1.8 g/cm^3 、入力のピーク応力を 2 kg/cm^2 とすると、入力の減衰定数 $1/\omega$ は実験によると 250 sec 程度であり、応力波面の波速はオ1回载荷時約 160 m/sec 、オ2回载荷時約 240 m/sec である。そこで初期波速 c_0 として 160 m/sec を採用し、ピーク応力について実験値と対応させたものをFig.6に示す。これによると、 C_1/C_0 が増加するほど、また t_0 を小さくするほど減衰が大きくなることかわかるが、 $C_1 = 240 \text{ m/sec}$ に対応する $C_1/C_0 = 1.5$ の場合では、実測された土中の応力減衰に比べて、計算による減衰はめなり小さい。

ところで、線形粘弾性履歴モデルでは、さらに粘性による減衰を期待することかできるので、土中の応力減衰に対して十分な精度で説明をつけることが予想される。また、spring-Voigt モデルでは生じない永久ひずみをも説明でき、 $k = E_0/E'_0 = E_1/E'_1 = 0.5$ とすると、波速から求めた弾性定数 $E'E'/(E+E')$ と、Fig.1の 3 kg/cm^2 における接線弾性定数とかほぼ一致する。このように、土中の波動伝播問題に関して Compacting Model の適用が有効であるといえよう。

参考文献 1),2),3) Seaman, L. One-dimensional Stress Wave Propagation in Soils. DASA. 1966