

京都大学防災研究所
大阪府土木部

正 会 員 土屋義人
正 会 員 ○岡村 隆

1. 緒 言

質量輸送に関する研究は、非回転非粘性の波の場合をはじめとして数多いが、Stokesが指摘した波速の定義の問題をふまえた研究は少ない。ここでは、この有限振幅波における波速の定義の問題を中心に、水粒子速度および質量輸送速度について考察した結果を述べ、質量輸送速度の鉛直分布の実験結果と比較する。

2. 有限振幅波における波速の定義と質量輸送速度

クノイド波の質量輸送を求めるにあたって、Le MéhautéはStokesの提案した第1および第2の定義を用いて計算しているが、結論的に第2の定義を採用している。しかしながら、どちらの定義が適切なのかはいまだ明確でなく、たとえばクノイド波理論においては、KortewegらおよびLaitoneが第2の定義を用いているのに対して、Chappelearは第1の定義を用いているというように、統一的な取扱いが行なわれていないのが現状である。したがって、まず定義の相違によって波の特性がどの程度異なってくるのか検討しておく必要がある。

図-1および2はクノイド波理論において、第2近似解の水平方向の水粒子速度が波速の定義によってどの程度異なるかを示したものであり、 ΔU は水粒子速度の差、 U_{1max} は波の峯の位相での第1近似の水平方向の水粒子速度を表わしている。ここに、 H は波高、 h は水深、 k はJacobiの楕円関数の母数である。これらの図からわかるように、 $T\sqrt{g/h}=11$ 、 $H/h=0.4$ のときには8.5%にもなり、クノイド波の適用限界に近いときで H/h の値の大きい場合には、この波速の定義の相違が無視できなくなる。これらの大小関係では、第1の定義による水平方向の水粒子速度の値が、第2の定義によるものより大きく、ちょうど一定の値 ΔU だけずらした関係にある。孤立波では $\Delta U=0$ であり、定義の差は問題にならない。図-3はStokes波において、用いる波速の定義の相違によって、第2近似解の水平方向の水粒子速度の値がどの程度異なるかを示したものであり、実験値は岩垣らによるものである。図においては、微小振幅波理論を実線で、第1の定義を用いた従来の第2近似解を破線で、速度ポテンシャルを(1)式のように仮定して第2の定

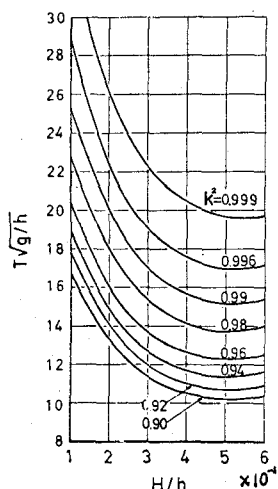


図-1 波の条件と楕円関数の母数との関係

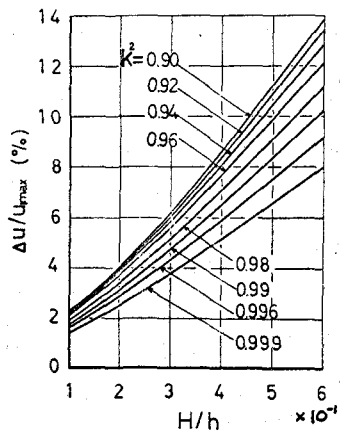


図-2 波速の定義の相違による水粒子速度の差

孤立波では $\Delta U=0$ であり、定義の差は問題にならない。図-3はStokes波において、用いる波速の定義の相違によって、第2近似解の水平方向の水粒子速度の値がどの程度異なるかを示したものであり、実験値は岩垣らによるものである。図においては、微小振幅波理論を実線で、第1の定義を用いた従来の第2近似解を破線で、速度ポテンシャルを(1)式のように仮定して第2の定

義を用いて得られる第2近似解(2)式を一点鎖線でそれぞれ示している。

$\phi = \varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2$, ε : 微小な無次元パラメータ

$$\phi_1 = A_1 \cosh k(z+h) \sin kx' + a_1 x' \quad (1)$$

$$\phi_2 = A_2 \cosh 2k(z+h) \sin 2kx' + a_2 x'$$

$$\phi = (H/2)(\sigma/k) \left\{ \cosh k(z+h) / \sinh kh \right\} \sin(kx - \sigma t) \\ + (3H^2/32)\sigma \left\{ \cosh 2k(z+h) / \sinh^4 kh \right\} \sin 2(kx - \sigma t) \\ - (\sigma H^2/8hk)(\coth kh)(kx - \sigma t) \quad (2)$$

この図から、測定値は2つの第2近似解の間に存在しており、どちらの定義による理論値が適切なのか判断しがたいが、底面近くで測定値は微小振幅波理論の値より小さい傾向をもっているが、波速の第2の定義による理論値はこの傾向を比較的良好に説明していることがわかる。水粒子速度の大小関係は、クノイド波と同様第1の定義を用いた場合の値が大きい。次に質量輸送速度と波速の定義との関係であるが、Longuet-Higginsの定義式から明らかなように、水平方向の水粒子速度の1周期平均の値によって得られる結果は異なる。第1の定義を用いると当然0であり、第2の定義を用いるときには有限値をもつ。Stokes波の場合に、第2の定義を用いた結果は(3)式のようになり、第1の定義を用いた結果とは一定の値だけずらした関係にある。

$$\bar{U} = \{ H^2 \sigma k \cosh 2k(z+h) / 8 \sinh^4 kh - (H^2 \sigma / 8h) \coth kh \} \quad (3)$$

3. 質量輸送速度に関する実験的考察

以上のように、波速の定義によって、水平方向の水粒子速度、質量輸送速度などが異なり、定義の妥当性を検討しておく必要があるが、質量輸送速度の測定はこの問題に対する一つの判断の根拠を与える。中粒を写真撮影することによって測定した質量輸送速度の鉛直分布を図-4に示す。ここに、実線は第1の定義、一点鎖線は第2の定義を用いたStokes波理論による質量輸送速度を示し、また破線はLonguet-Higginsの理論値を表す。この図より $T\sqrt{g/h}$ の値が8程度までは、第2の定義を用いた理論と比較的良好に一致することがわかる。以上波動理論における波速の定義と質量輸送速度との関係について述べたが、このことは、セフ動解による波動理論に対して一つの問題点を提示するものであるといえよう。

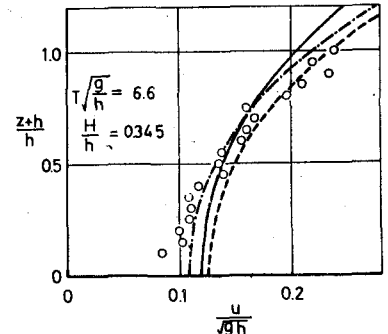


図-3 水粒子速度の鉛直分布

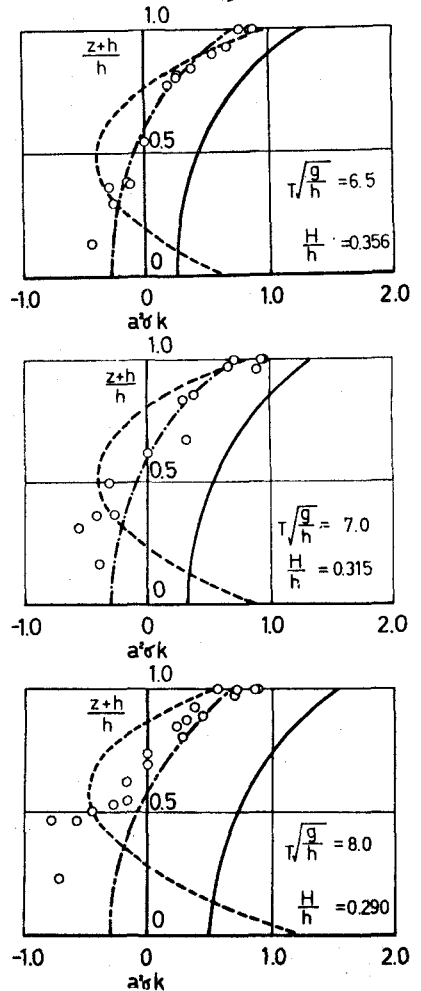


図-4 質量輸送速度の鉛直分布