

不規則な dune の統計的性質について

大阪大学工学部 正員 工博 望田 明
 同 正員 工修 〇多田博登

1. まえがき sand waves の形態は波数領域において水理条件等に関する規模を持つものではないかと言われている。また、例えば抵抗則においては dune と ripple, anti-dune, transition では天々異なる抵抗係数を適用すべきであると言われているように、移動床の問題において河床形態は大きな関心が寄せられているが、分類としては従来主に波数領域においての形状、規模、そして移動状態として定義されている。一方周波数領域においての sand waves の特性としての河床形態の定義はあまり無いようであり、波数領域における平均、または卓越波長のような sand waves の規模に相当する周期というものの特性も明確にはされていない。sand waves は周期性と不規則性という性質を含め持つもので、周波数領域においても dune の不規則性を表わすような高周波数領域での、一三乗則はよく知られている。水理条件のある狭い範囲では代表的な波高(標準偏差)が流砂量と関係があるように、周期性において、平均あるいは卓越周期というものが sand waves の規模として一つのパラメーターになると考えられる。以上のようなことから、実験データより得たピリオドグラムとスペクトルによる例を用いて、dune における sand waves の統計的性質のうち特に周期性について述べる。

2. 実験データ 図-1 に示す砂を用いて実験を行った。水路は延長 20m、幅 50cm のアクリル樹脂製である。水路下流端より 6.5m の断面の水路中央部にて、15 秒間隔、連算 4 時間、河床高さの変動を測定した。表-1 に示す水理条件の範囲で 15 ケースの実験を行った。河床形態は全て dune である。

表-1 水理条件の範囲

勾配	1/1000 ~ 1/500
流量	12.5 ~ 20 l/sec
水深	7.0 ~ 12.1 cm
流速	31.65 ~ 50.00 cm/sec
フルド数	0.256 ~ 0.602
流砂量	114.0 ~ 371.2 cm ³ /hr.cm

3. ピリオドグラムによる卓越周期 ピリオドグラムはある有限期間における河床高さの凸凹の周期性を調べるもので、周期と相関比の関係として表わされる。データを時刻に従って P 個ずつ周期的に並べると次のようになる。全個数は 960 個である。

$$\begin{array}{c}
 \underbrace{\begin{array}{c} x_1, x_2, \dots, x_P \\ x_{P+1}, x_{P+2}, \dots, x_{2P} \\ \dots \\ x_{(m-1)P+1}, \dots, x_{mp}, \dots, x_{960} \end{array}}_{P \text{ 個}} \\
 \left. \begin{array}{c} x_1, x_2, \dots, x_P \\ x_{P+1}, x_{P+2}, \dots, x_{2P} \\ \dots \\ x_{(m-1)P+1}, \dots, x_{mp}, \dots, x_{960} \end{array} \right\} m \text{ 個}
 \end{array}$$

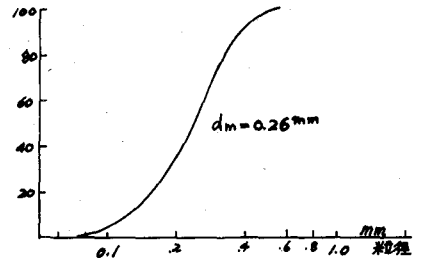


図-1 砂の粒度分布

各列の平均値を $\bar{x}_i$ とし、P 個の $\bar{x}_i$ の標準偏差と $x_i (i=1, 960)$ の標準偏差との比を相関比 R_i とする。例えば今 P 個の周期を持つ時系列であれば、同列に山と山あるいは谷と谷が重なり R_i は大となるが、周期がはずれると山と谷が重なることになり R_i は小さくなる。このようにして求めた R_i と周期の

関係の例を図-2の折線を示す。全この実験ケースの結果は同じ傾向を示した。ここで $x_i \in N(0, \sigma^2)$ とし、この母集団から m 個抽出したサンプルの平均値を $\bar{x}_j$ とすると、 $\bar{x}_j \in N(0, \sigma^2/m)$ となる。そこで、 $S_2 = \sum_{j=1}^m (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2$ をつくれば $S_2/\sigma^2/m$ は自由度 $(P-1)$ のカイ二乗分布に従う。それ故、正規分布に従う乱数 z_i の相関係数 r_k の平均値 $r_{k50\%}$ は次のようになる。

$$r_{k50\%} = ((P-1)/mp)^{1/2}$$

図-2に r_k を夫々の超過確率で表わして示す。そこで超過確率 10% および 5% より r_k が大きくなるような周期の値を卓越周期と定義する。図-3は超過確率 10% および 5% より r_k が大なる場合の周期と、すなわち卓越周期が存在する場合の周期 $r_k/r_{k50\%}$ の値を示している。個々の卓越周期は大体 12 ~ 20 分に散在しているが、実験ケースを検討した結果あまり水量と関係づけることが出来ず、それ故個々のケースの周期および r_k の値は意味が無いようである。本実験範囲における $r_{k50\%}$ は 12 ~ 20 分に周期性があるということが共通した性質として考えようである。図-3から分かるように卓越周期の定義として $r_{k10\%}$, 5% はほとんど差異は無い。また図-2では周期が 25 分までの範囲では次式で近似出来る。

$$r_k = 10^{-3} p^{1.4}$$

4. スペクトルによる卓越周期 スペクトル解析に

よる周波数 f とパワースペクトル $P(f)$ との関係から $f-f \cdot P(f)$ の関係が得られる。図-4にその数値を示す。図から分かるように 15 分の位置にピークがあり卓越周期を示している。3. で述べた卓越周期は幾何形状の、すなわち平均値よりの波高の凸凹の周期性を表わすものであるが、4. の場合は、ある時間間隔中に断面を通過するエネルギーの合計のうち最も大きなエネルギーを受け持つ sinusoidal な成分波の周期を表わすものである。しかしこの 15 分という卓越周期は前述の 12 ~ 20 分の範囲に含まれるものである。

以上のことから、本研究の実験範囲における $r_{k50\%}$ は、河床の凸凹および卓越成分波と 12 ~ 20 分の周期性があると考えられる。

1) "不規則な sand waves に対する卓越波と流砂量との関連"; 室田・多田, 第16回水理講演会講演集, 1972. 2"

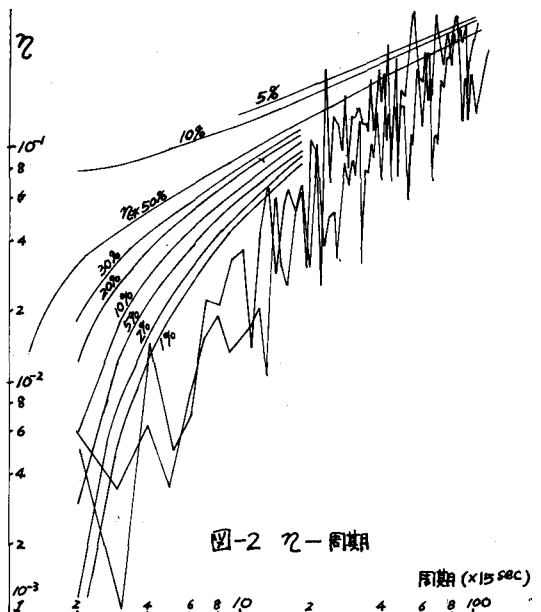


図-2 r_k -周期

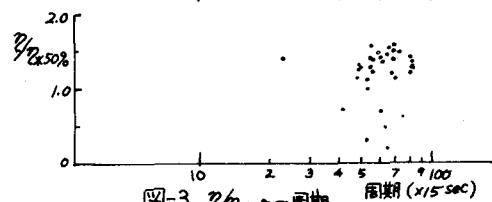


図-3 $r_k/r_{k50\%}$ -周期

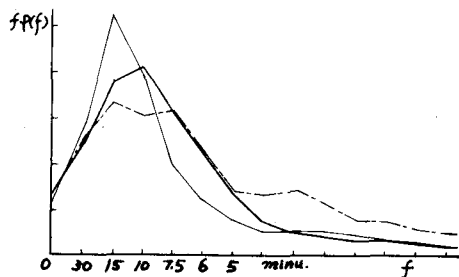


図-4 $f \cdot P(f)$