

断面急縮部における二成層流について

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗
 京都大学工学部 正員 野口 正人
 京都大学大学院 学生員 早野 博和

1. まえがき

水路幅が変化するような断面変化部での流れについては、いままでにも、その水理機構がいろいろと研究されている。ここでは、密度の異なる二流体が存在する場合の断面変化部での流れについて検討する。なか、以下主として、断面急縮部を通る下層流を取りあげた。この種の流れの一例としては、野水池から取水路によって一方の流体を取水する分離取水の場合等にみられよう。

2. 断面急縮部における基礎方程式

図1に示されたように、水路幅が変化するところでの下層流について考える。上下層での水深ならびに平均流速を、それぞれ h_1, v_1 および h_2, v_2 とし、断面変化部より下流での値に apostrophe をつけることにする。下層に対する連続方程式ならびに運動量方程式は、それぞれ

$$Q = Bh_2v_2 = B'h_2'v_2' \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}\rho_2 B h_2^3 v_2^2 - \frac{1}{2}\rho_2 B' h_2'^3 v_2'^2 = \frac{1}{2}\rho_2 g B h_2^3 + \rho_2 g B h_1 h_2 - \frac{1}{2}\rho_2 g B' h_2'^3 - \rho_2 g B' h_1' h_2' + S \quad (2)$$

となる。(2)式の S は、内部境界面で上層が下層におよぼす力を表わし、上層が静止しているときには、

$$S = \frac{1}{2}\rho_2 g B h_1^3 - \frac{1}{2}\rho_2 g B' h_1'^3 - \frac{1}{2}\rho_2 g (B - B') h_1^3 \quad (3)$$

と表わせる。運動量方程式を考えるに際し、運動量補正係数 β は1.0とした。また、I断面およびII断面での圧力は静水圧分布をしているものとし、水路床および壁での摩擦も無視した。なか、断面急縮部側壁での水深は上流側水深に等しくとった。ここで、水路幅の縮幅比を $B'/B = 1/r$ とし、無次元量 $\phi_2 = h_2'/h_2$, $\eta_2 = h_2/H$ を導入すると、フルード数 $Fi^2 (= Q^2/B^3/\epsilon g h_1^3)$ は、

$$Fi'^2 = \frac{r}{2\epsilon\phi_2^2(r-\phi_2)\eta_2^2} \{ \epsilon(\eta_2^2 - 1 + 3^2 - \phi_2^2\eta_2^2) + (1 - 3^2) \} \quad (4)$$

とかける。ここに $\epsilon = (h_2 - h_1)/h_2$, $3 = H'/H$ である。また、(1)式より、フルード数 $Fi^2 (= Q^2/B^3/\epsilon g h_1^3)$ と Fi'^2 の間には

$$Fi'^2 = \frac{\phi_2^3}{r^2} \cdot Fi^2 \quad (5)$$

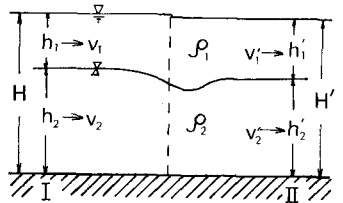
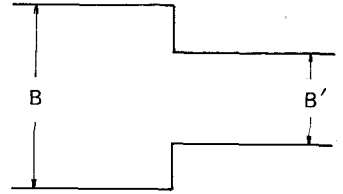


図1

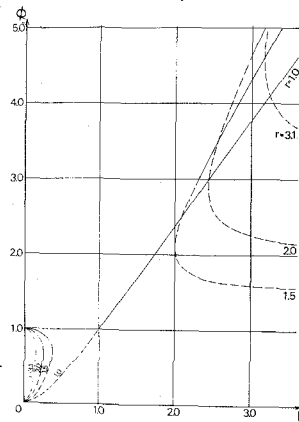


図2(a)

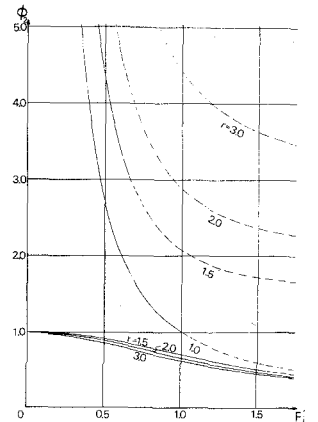


図2(b)

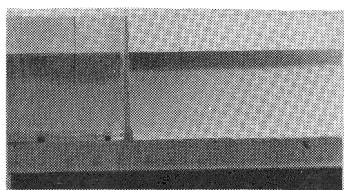
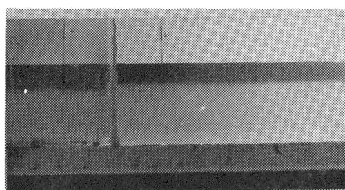
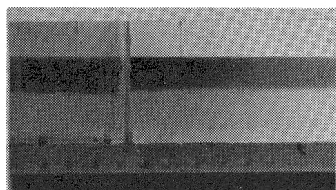


写真1 $F_1=0.204, F_1'=0.470$
 $\phi_2=0.90$

写真2 $F_1=0.226, F_1'=0.529$
 $\phi_2=0.89$

写真3 $F_1=0.254, F_1'=0.767$
 $\phi_2=0.74$

の関係がある。 $\beta=1$, すなわち, 水路幅急縮部の上下流で全水深が一定とみなせるときには, 上下流側でのフルード数は, それぞれ

$$F_1^2 = \frac{\phi_2(1-\phi_2^2)}{2r(r-\phi_2)} \quad , \quad F_1'^2 = \frac{r(1-\phi_2^2)}{2\phi_2^2(r-\phi_2)} \quad (6)$$

となる。これは単層流における水路幅急縮の式と同形である。すなわち, 単層流におけるフルード数にかえて, 内部フルード数をとればよいことがわかる。したがって, (6)式は, 単層流の場合と同様, $r=1$ にとると, 一樣水路での内部跳水の関係を表わすことになる。(6)式の関係を示したのが図2(a),(b)である。なお, 図中の破線はエネルギー損失が負となり, 実際の物理現象としては起こらない状態を示すものである。これらの議論は上層流についても同じくなされ, $\beta=1$ とおくときには,

$$F_1'^2 = \frac{Q^2/B^2}{\varepsilon' g h_1^3} = \frac{\phi_1(1-\phi_1)}{2r(\phi_1-r)} \cdot \left\{ \frac{2}{\phi_1} - (1+\phi_1) \right\} \quad (7)$$

ただし, $\varepsilon' = (h_2 - h_1)/h_1$ であり, ϕ_1, ϕ_2 は下層流の場合と同様に定義した。

3. 断面急縮部を通る下層流の実験

実験は $r=1.5, 2.0, 3.1$ の3ケースについて行なわれた。

実験の様子を示したのが写真1~3である。この写真でもみられるように, 流量が増加するにつれて, 断面急縮部の下流で内部境界面が不安定になってくる。フルード数がある大きさ以上になると, 内部境界面で上層流体を巻きこみ始める。そのため, 運動量方程式を考えるに際して, 2流体の混合を考慮することが必要である。

実験結果は, 図3および図4に, (6)式の関係とともに示した。なお, 下流側と上流側の水深比 ϕ を求めるにあたって, II断面として断面急縮部直下流をとった。この図から明らかなごとく, 断面急縮部を通る下層流について, (6)式の関係は実験的にも立証された。また, フルード数が大きくなったところにおいても, 実験値が理論値とそれほど違わないのは, II断面が断面急縮部直下流にとられたためで, II断面を十分下流側にとった場合には, 両者の違いがかなりの程度にのぼることが考えられる。

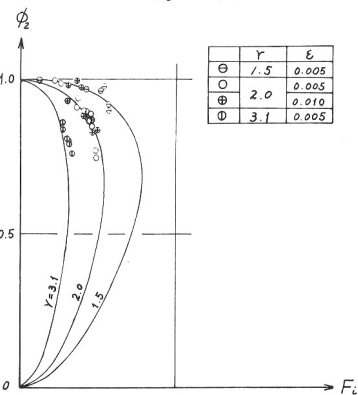


図3

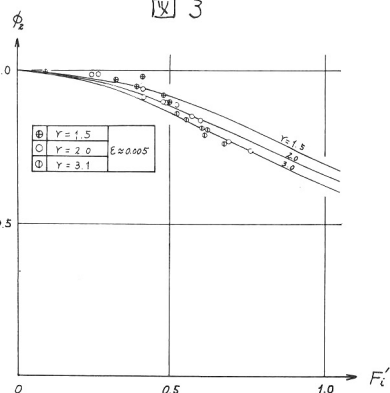


図4