

水文学におけるトレーサー実験とそのデータ処理について

京大防災研 奥西一夫

水の流動経路とその経路の各区間における流水の状態を調べるためにトレーサー実験がしばしばおこなわれる。しかしトレーサーの追跡によって得た情報をフルに使って解析した例は多くない。その原因は主にデータの精度が低いことと、データ処理の数学的方法が確立されていないことにあると思われるが、R.I.の使用を契機とした最近のトレーサー技術の進歩を考えると、追跡データから流向と平均流速だけでなく、さらに多くの物理量の算出を試みる段階になっていると思われる。ここでは Duhamel 積分の逆演算法を用いて、流路の各区間における流れを影響関数によって記述すれば、影響関数に含まれているパラメーターの値から必要な物理量の値を算出できるという立場から、追跡データの処理のための計算法について考察する。

トレーサーは水と同一の挙動をし、無限に希釈可能とする。投入されたトレーサーはすべて検出器に達する(分流がない)とする。 $t=0$ で地裏に数量 M のトレーサーを投入すると地裏 j の輸送量 g_j と濃度 C_j は影響関数 ϕ_{ij} を用い、流量を q_m とすると、

$$g_j = q_{wj} C_j = M \phi_{ij} \quad (1)$$

地裏 i で濃度 C_i を与えると、Duhamel 積分(又はR.I.込み積分)により、

$$\begin{aligned} g_j &= q_{wj} C_j = \int_0^t \phi_{ij}(t) g_i(t-\tau) d\tau \\ &= \int_0^t \phi_{ij}(t) q_{wi}(t-\tau) C_i(t-\tau) d\tau \quad (2) \end{aligned}$$

トレーサーのロスがないから、

$$\int_0^\infty \phi_{ij}(t) dt = 1 \quad (3)$$

$$(1), (3) \text{ 式より, } M = \int_0^\infty q_{wj}(t) C_j(t) dt \quad (4)$$

さてトレーサー実験によって例えば g_i と q_{wi} がわかると、(2)式は ϕ_{ij} に関する積分方程式になる。その解は本質的に不定であるが、近似的な方法で解くことができる。¹²⁾

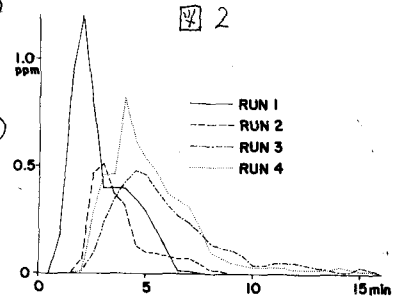
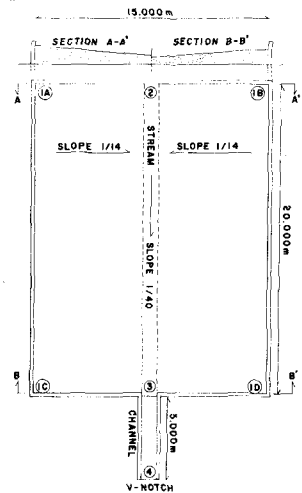
影響関数が求まると、これに物理的な解釈を与え、特性値を引き出す。例えばトレーサーの分散に関しては、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (D \frac{\partial C}{\partial x}) - u \frac{\partial C}{\partial x} \quad (5)$$

流れが定常で u と D が距離 x によらない場合、(5)式の解と(1)式より、

$$\phi = \frac{u}{2\sqrt{\pi D t}} \exp \left[-\frac{(x-ut)^2}{4Dt} \right] \quad (6)$$

実際例として模型流域(図1)における表面流の追跡結果を示す。模型流域の中央には谷②～③があつて、両側の斜面から谷に水が流入し、③から水路(断面 $1m \times 1m$)に入り、三角ぜき④から流出する。降雨強度は一定



(100 mm/h) で流出率はほぼ 100% であるから上の仮定は一応満足されていると考えられる。投入量を変えて 4 回実験したが、検出量はいずれも④で、1 L の水を採水してトレーサー（ウラン）の濃度を分析した（図 2）。

RUN 1 水路区間③～④における流れを調べた。(1)より

$$g_{w4} C_4 = M \phi_{34} \quad (7)$$

この式から ϕ_{34} を得た（図 3）。

RUN 2 表面流の特性を見るために①～③～④の経路を追跡した。 $i=3, j=4$ とすると $g_{w3} = g_{w4}$ であるから、(2)式より

$$C_4 = \int_0^t \phi_{34}(t) C_3(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

$$(1) \text{式より} \quad g_{w3} C_3 = M \phi_{13} \quad (9)$$

ϕ_{34} は既知であるから Kuchment の方法¹⁾ で (8) 式を解いて C_3 を求め、(9) 式に代入して ϕ_{13} を求めた（図 3）

RUN 3, 4 谷の中の流れの特性を見るために①②～②～④の経路を追跡した。 $i=2, j=3$ とすると (2) 式より

$$g_3 = \int_0^t \phi_{23}(t) g_2(t-\tau) d\tau \quad (10)$$

RUN 2 の方法で g_3 は既知であり、一方①②～②の流れに ϕ_{13} を適用すると、(1) 式より

$$g_2 = M \phi_{13} \quad (11)$$

g_2 も既知となるから (10) 式を Kuchment の方法で解いて ϕ_{23} を求めることができる（図 3）。

次に $\phi_{13}, \phi_{23}, \phi_{34}$ の値から流れの各部分の u と D を求める。(6) 式より

$$\ln(\sqrt{t} \phi) = \frac{ux}{2D} - \frac{1}{4D} \left(\frac{x^2}{t} + u^2 t \right) - \ln \left(\frac{2\sqrt{KD}}{u} \right) \quad (12)$$

$\ln(\sqrt{t} \phi)$ は $t = \frac{x^2}{u^2}$ で最大となることから u の値が求まる（図 4）。

次に $\ln(\sqrt{t} \phi)$ と $(\frac{x^2}{t} + u^2 t)$ の関係をプロットするとそのグラフの勾配から D が求まる（図 5）。

他の方法による計測値がないので計算結果の良否は直接的には検討できないが、 ϕ の値が負になる、 ϕ_{23} の値が RUN

3 と RUN 4 でかなり異なる、図 5 でばらつきが大きいなど不都合な点が多い。

これらの原因は主として ϕ_{34} の扱いにあると思われる。水路部分には大きな渦があり、それは次第に変化していた。また谷の中の流れでは水平混合が少ないため、地質③に到達したトレーサーは左岸又は右岸に片寄り、水路の渦に来るようすが 1 回ごとに異なっていた。それにもかかわらず各データに対して同一の ϕ_{34} の値を仮定して解析したわけである。本方法は近似計算法であるから高い精度は無理であるが、実験の条件が良ければ流量、平均流速、分散係数などの値を求めるのに有効な方法であると考えられる。

参考文献 1) L. S. Kuchment: *Sov. Hydrol.* '67 (2) 194-199. 2) 奥西一夫: (未発表)。

