

渇水の評価における連の理論の適用

大阪大学工学部 正員 室田 明
 同上 学生員 江藤 剛治
 同上 学生員 田中 剛
 熊谷組 工務部 吉岡 俊策

1. 緒言

水資源計画決定のための基準量として、渇水状態における総不足水量、渇水状態の継続期間などが用いられることが多いが、これらの量の統計的特性はいまだ十分解明されていないとはい言難い。R. N. Downer, M. M. Siddiqui, V. Yevjevich¹⁾は、連の理論の適用により、渇水の統計的特性を数学的に解析するための新しい手法を提案した。Yevjevich らの研究においては、Fig. 1の斜線部が渇水状態とみなされ、 S_j を各渇水状態における総不足水量、 N_j を渇水継続期間とすると、i) S_j と N_j の確率分布、ii) S_j と N_j の相互の関係などが調べられた。ただし X_n が互いに独立で、定常な時系列をなす場合についての研究である。

一方実在の水文量時系列は、独立の仮定の満たされない1次以上のマルコフ過程をなすことが多く、また周期変動を伴う非定常時系列である。本研究では、

i) X_n が年周期変動を伴う1次マルコフ連鎖をなす場合について N_j の確率分布の式を導き、実測資料により得られる分布と比較した。

ii) また実測水文資料について、参考軸 X_0 をパラメータとするときの S_j と N_j の相互相関特性を調べた。

2. 理論

2. 1 定常かつ独立な系列の場合

Fig. 2を参照して、 $X_n < X_0$ なる不足の生ずる確立を q とすると、充足確立 p は $p = 1 - q$ であり、 k 個の不足の連続する確立を $P(N=k)$ とすると、

$$P(N=k) = p q^{k-1} \quad (k=1, 2, \dots) \quad (1)$$

となる。つぎにFig. 2の斜線部(不足の場合)で定義されるような確立変数 X_n^* ($n=1, 2, \dots$) をあらたに考え、その密度関数を $F^*(x)$ とすると、

$$\begin{aligned}
 F^*(x) &= F(x)/q & X < X_0 \\
 &= 0 & X \geq X_0
 \end{aligned} \quad (2)$$

このとき N_j と S_j の相互相関係数 $\rho(N, S)$ は、

$$\rho(N, S) = \left[1 + \frac{p}{q} \cdot \frac{k_2^*}{(k_1^* - X_0)^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

ここに $k_1^* = E(X_n^*)$, $k_2^* = \text{Var}(X_n^*)$

以上が Yevjevich らにより得られた理論解である。

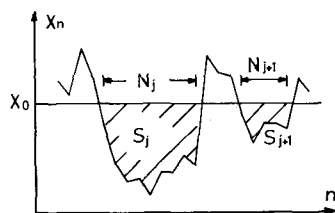


Fig.1 Definition of Drought

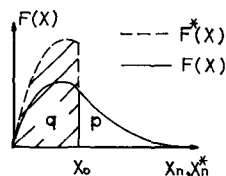


Fig.2 Truncated Distribution

2.2 X_n が年周期変動を伴う一次マルコフ連鎖をなすとき

この場合 $P(N=k)$ は,

$$P(N=k) = \frac{\sum_{i=1}^J (p_{0i} p_{0i+k+1} \prod_{j=1}^k g_{0i+j})}{\sum_{i=1}^J p_{0i} g_{0i+1}} \quad (4)$$

ここに j ; 年周期内の何番目の期間かを示す Subscript (たとえば j 日, j 月など),
 J ; 最大周期 (月単位であれば 12, 日単位であれば 365 など),

$$p_{0i} = P(X_i \geq X_{0i} | X_{i-1} < X_{0i-1}), \quad g_{0i} = P(X_i < X_{0i} | X_{i-1} < X_{0i-1})$$

X_n が互いに独立な場合は, $p_i = P(X_i \geq X_{0i})$, $g_i = P(X_i < X_{0i})$ とおいて, p_{0i}, g_{0i} のかわりに p_i, g_i を用いればよい。さらに年周期を伴わない場合は $P(N=k) = pg^{k-1}$ となり, Eq.(1) と一致する。

3. 観測資料への適用例

紙数の関係で, ここでは大阪管区気象台月雨量資料 (1909~1968 年の 60 年間) に対する適用例を示す。参考軸 X_{0i} は各月雨量の 60 年間の平均値の $\alpha\%$ (よって X_{0i} は 1 年を周期とする周期変動をなす) とした。Fig. 3 は S_i と N_i の相互相関係数を示す。参考のために, 定常時系列における独立な正規分布に対して Eq.(3) より得られる結果を点線で記してある。Fig. 4 は Eq.(4) と, 実測資料より得られる N_i の分布を比較したもの例である。これらの図よりつぎのようなことがわかる。

- i) Eq.(4) と, 実測値より得られる分布曲線は十分良い一致を見せている。これより, Eq.(4) が実用上十分な適用性を持つことがわかる。
- ii) $\alpha \geq 100\%$ に対して N_i と S_i の間には高い相関があるとみなせる。($r \geq 0.8$),
- iii) 我国においては, $\alpha = 20\% \sim 60\%$ と考えられるが, この範囲に対しては $r = 0.0 \sim 0.5$ であり, それほど高くない。しかし流量に対する計算例などにおいては高相関の場合もあった。
- iv) 実測値より得られる $P(N, S)$ と, 正規分布に対する Eq.(3) の解はほぼ一致している。

【参考文献】 1) Downer, R.N., Siddiqui, M.M., and Yevjevich, V., "Application of runs to hydrologic droughts", Proc. of I.H.S., Sept. 1967, Fort Collins, Col., U.S.A.

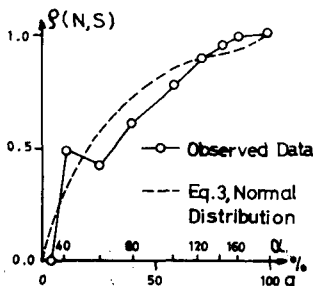


Fig. 3 Correlation Coefficient

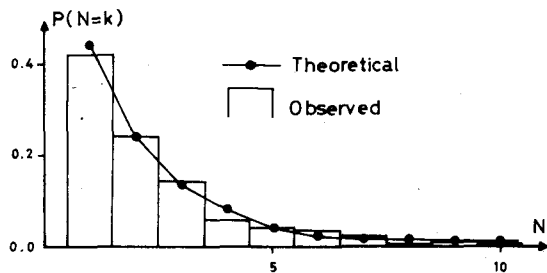


Fig. 4 Distribution of Length of Drought ($\alpha = 100\%$)