貯水池最適操作における評価とシミュレーション

大阪大学工学部　正員　室田　明
同　上　正員　神田　徹
大阪大学大学院　学生員　○福岡成悟

1．まえがき

利水を対象とした貯水池の流量調整機能を定量的に評価することは，水資源開発計画において重要な意義をもつことは言うをまたない。その際，需要量に対して供給水源の相対的な不足が予想される将来のために，貯水池機能として単に変動流量の平滑化機能のみならず，ある評価関数に対応する調整機能を考慮することが必要になると思われる。このような調整機能の検討における第1の課題は，合理的な評価関数の設定およびこの評価関数に対する貯水池最適操作問題の定式化である。第2の課題は，流入量特性，評価関数，貯水池容量等に関して一般性を有する最適解を得ることである。第1の課題に関して筆者らは，貯水池流入量の時系列特性を調べ，評価関数を放流量とその信頼性との関数として設定して貯水池最適操作ルールの決定に関するDPの手法を報告した。[1),2),3)]

本研究は，第2の課題に関して，貯水池容量，評価関数の若干の組合せに対する最適操作ルールを計算し，得られた最適解と貯水池容量，評価関数，流入量特性との関係を検討したものである。さらにシミュレーションによる最適性の検証をも報告する。

2．貯水池最適操作の計算法

前報にも述べたが概略以下の通りである。

(1) 放流方式：1ヶ月を6半旬に分割して，これを単位期間とする。1ヶ月間一定の目標放流量を仮定し，各半旬の放流量はこの目標放流量を放流する（完全放流）か全く放流しない（ゼロ放流）かのいずれかとする。

(2) 信頼性：第k半旬において目標放流量が完全放流される確率を水供給の信頼性M^kとする。初期貯水量（月はじめの貯水量）Zを定めると，この貯水量の確率分布からM^kが求められる。各半旬の信頼性の算術平均値をその月の信頼性$\bar{M}$とする。

(3) 評価関数：つぎの三種類の評価関数を設定する。

$$f_1(C,\bar{M}) = C\times\bar{M},\quad f_2(C\times\bar{M}) = C\times\bar{M}^2,\quad f_3(C\times\bar{M}) = C\times\bar{M}^3$$

ここに，C；目標放流量，$\bar{M}$；信頼性

(4) 貯水池操作の最適化：jヶ月間の貯水池最適操作は各月の評価関数のjヶ月間の和を最大にする操作方式である。この時の目標放流量を最適目標放流量C^*と呼ぶ。DPによりこれを定式化すると次式の通りである。

$$F_i(z_i) = \max_{C_i}\left[f_i(c_i,\bar{M}|z_i) + \int_{q_i} F_{i+1}(z_{i+1})\cdot\varphi(q_i)\cdot dq_i \right] \qquad (1)$$

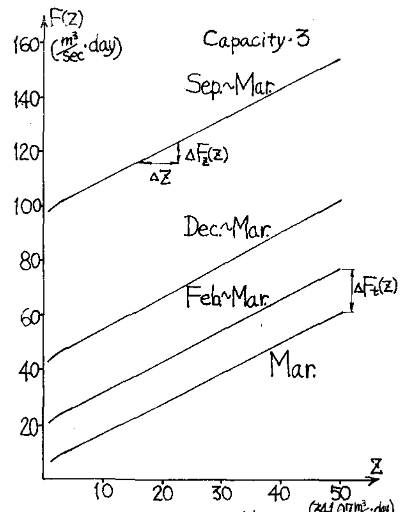
ここに，$z_{i+1} = z_i + q_i - c_i$，$f_i(c_i,\bar{M}|z_i)$；初期貯水量$z_i$（状態ベクトル）に対する$i$月の評価関数（ここに，目標放流量$c_i$；選択ベクトル），$F_i(z_i)$；最適操作を行った時の$i$月から最終月まで$j$ヶ月間の評価関数の和，$\varphi(q_i)$；流入量$q_i$の確率密度関数

4月にはじまり翌年の3月で終わる1水年間の最適操作を考え，3月終わりの貯水量をゼロにしても良い終端条件を用いる．計算には高山ダムの諸量を用いた．

3. 計算結果

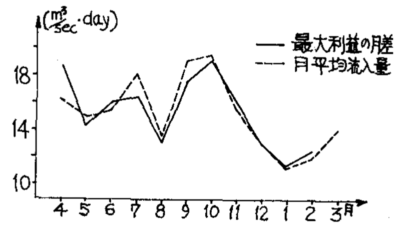
3.1 評価関数F(Z)の最大値（$f_3=C\times\bar{M}^3$の場合）

(1) F(Z)とZの関係：最適目標放流量を決定したときに得られる最大利益F(Z)を図－1に示す。初期貯水量Zに関してF(Z)は直線的に増加し，その勾配は(1/6)である（分母は6半旬を示している）。これは，初期貯水量の単位量ΔZが受け持っている潜在利益$\Delta F_Z(Z)$は初期貯水量の大きさに無関係であり，$\Delta F_Z(Z)$の大きさはΔZが完全放流されるときの利益に等しいことを意味する。



図－1 最大利益

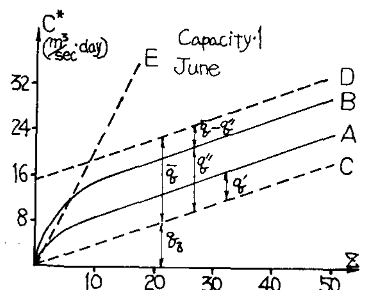
(2) F(Z)の月別変化：同一貯水量についてF(Z)の1ケ月ごとの変化量$\Delta F_t(Z)$（Z＝50）を求めた結果を図－2に示す。$\Delta F_t(Z)$は各月の平均流入量にほぼ等しい値になることがわかる。



図－2 最大利益の月変化

3.2 最適目標放流量（$f_3=C\times\bar{M}^3$の場合）

最適目標放流量C^*と初期貯水量Zの関係を図－3に示す。曲線Aは標準偏差σの半旬流入量に対する最適目標放流量，曲線Bは標準偏差0，すなわち1ケ月内では流入量が一定の場合の最適目標放流量である。直線Cは初期貯水量を流量に換算したものであり，この直線より下の放流量は初期貯水量のみで完全放流が可能である。直線Dは直線Cと平行でその間隔は月平均半旬流入量の値である。直線Eは第1半旬にゼロ放流が行なわれないための放流量の上限値を表わす。



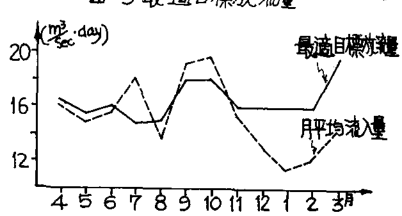
図－3 最適目標放流量 (113.69 m³/sec·day)

最適目標放流量を初期貯水量に依存する流量C_Z，流入量に依存する流量C_qおよび一定流量C_cの和からなるものとして次式を仮定する。

$$C^*=C_Z+C_q+C_c=\alpha q_Z+\beta\bar{q}+C_c \qquad (2)$$

ここに，$q_Z=(1/6)\times Z$，$\bar{q}$は月平均半旬流入量である。

どの月についても最適目標放流量を表わす曲線Aは直線Cとほぼ平行になることから，$\alpha\fallingdotseq 1.0$，$C_c=0$である。すなわち，初期貯水量によって確保された流量$C_Z=(1/6)\times Z$以上の流量はその月の流入量にのみ依存していることがわかる。貯水量の月平均値に対するC^*と流入量の関係を示した図－4からも終端条件の影響



図－4 C^*の月変化 (Z=25)

を受ける3月を除いて高い相関が認められる。

各月において$\beta(=q'/\bar{q})$を求めて半旬流量の標準偏差σとの関係を示せば図-5のごとくである。この図から，βはσの減少とともにほぼ直線的に増加することがわかる。しかし，$\sigma=0$の場合でも$\beta=1.0$とならないからこの放流ルールは流入量変動がなくても全流入量を放流せず毎月$(\bar{q}-q')$を翌月はじめの貯水量としていることを示している。以上の結果から，最適放流量を表わす式(2)は次式のようになる。

$$C^*=(1/6)\cdot Z+(b-a\cdot\sigma)\bar{q} \qquad (3)$$

ここに，$a≒0.73$，$b≒0.75$ なる定数である。

3.3 評価関数 f_1, f_2, f_3 による結果の比較

評価関数$f_3=C\times\bar{M}^3$ の場合について求めた3月，1月～3月，10月～3月のF(Z)を図-6に示す。この結果は前報[3]で述べた評価関数$f_2=C\times\bar{M}^2$ の場合の結果と殆んど一致している。このことは次のように1ヶ月間の評価関数の値を比較することによって説明される。1ヶ月間の評価関数$f(C,\bar{M})$とCとの関係をf_1，f_2，f_3について比較すれば図-7のごとくである。この図で領域ⒶのCに対しては$\bar{M}=1.0$，領域ⒷのCに対しては$\bar{M}≒1.0$，領域ⒸのCに対しては$\bar{M}<1.0$である。この図よりf_1の場合は$\bar{M}$の効果が発揮されず最大の$f(C,\bar{M})$を与える最適目標放流量C^*の位置は決定できない。f_2, f_3の場合は領域ⒷでC^*が決定できる。f_1の場合を除いて$\bar{M}$のベキ数の増大とともに領域Ⓑの区間でC^*の値は左方に移動する。しかしながらf_2, f_3に対しては$\bar{M}_2≒\bar{M}_3≒1.00$，および$C_2^*=C_3^*$であるから，$f_2(C_2^*,\bar{M}_2)≒f_3(C_3^*,\bar{M}_3)$となる。

3.4 貯水池容量の変化による結果の比較

4月～3月の1ヶ年間の総利益F(Z)を貯水池容量をパラメーターとして図示すれば図-8のごとくである。この図から，基準貯水池以上に貯水池容量を増大させてもF(Z)は大きくならないが，基準貯水池以下に容量が減少すればF(Z)は無効放流が多く行なわれて急激に小さくなる。結局この評価関数を用いる限り基準貯水池容量はほぼ妥当な規模といえる。

最適目標放流量は基準貯水池容量以下のとき，やや

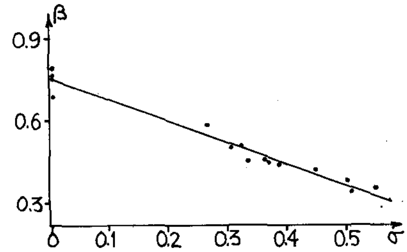


図-5 βとσの関係

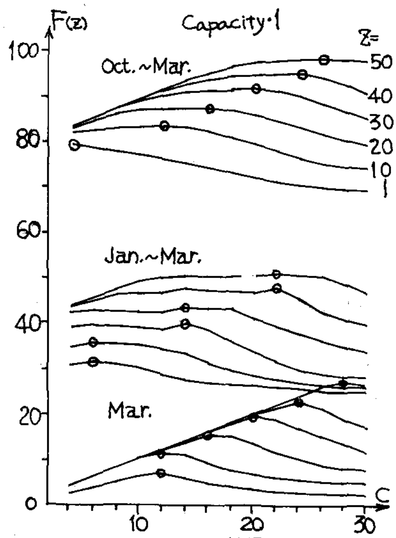


図-6 評価関数F(z)

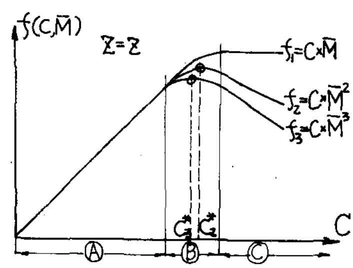


図-7 評価関数 f(C,M̄)

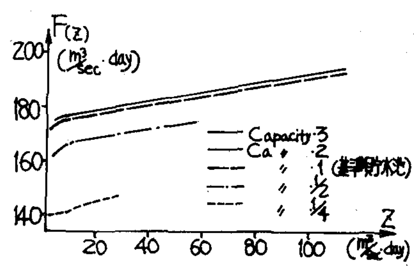


図-8 貯水池容量による比較

大きく選ばれ，そのとき信頼性は 1.0 を下まわることが多い。

4. 貯水池操作のシミュレーション

流量は前報に述べた方法で低水半旬流量時系列を発生させ，前節までに決定した最適放流ルールにもとづく貯水池操作のシミュレーションおよび年間一定量放流操作のシミュレーションを行ない最適操作の妥当性について検証した。シミュレーションの結果の一例を示せば表－1 の通りである。最適放流操作の場合と年間一定放流の場合とは，年間の実放流量の総量 $\Sigma C\times\bar{M}$ は殆んど同じであるが，評価関数の和 $\Sigma C\times\bar{M}^2$ には大きな差がある。これは最適操作ルールでは貯水量が減少すれば小さな目標放流量を設定して，信頼性 $\bar{M}$ を 1.00 にするためである。それに較べて年間一定の目標放流量を設定したときには目標放流量が平均流入量に対して大きいのでゼロ放流がたびたび行なわれるようになり，信頼性が低下して $\Sigma C\times\bar{M}^2$ の値が小さくなる。

	C : constant				C : variabie			
	C	$\bar{M}$	$C*\bar{M}$	$C*\bar{M}^2$	C	$\bar{M}$	$C*\bar{M}$	$C*\bar{M}^2$
4	20	1	20.00	20.00	10	1	10.00	10.00
5	20	5/6	16.67	13.89	24	1	24.00	24.00
6	20	5/6	16.67	13.89	8	1	8.00	8.00
7	20	5/6	16.67	13.89	20	1	20.00	20.00
8	20	5/6	16.67	13.89	20	1	20.00	20.00
9	20	5/6	16.67	13.89	18	1	18.00	18.00
10	20	5/6	16.67	13.89	20	1	20.00	20.00
11	20	5/6	16.67	13.89	8	1	8.00	8.00
12	20	2/3	13.33	8.89	18	1	18.00	18.00
1	20	2/3	13.33	8.89	14	1	14.00	14.00
2	20	1/2	10.00	5.00	10	1	10.00	10.00
3	20	2/3	13.33	8.89	18	5/6	15.00	12.50
			186.61	148.90			185.00	182.50

Table- 1 シミュレーションの結果（単位：$m^3/sec\cdot day$）

本研究に協力していただいた留学生ランシー・サイヴィスィト君に謝意を表します。

参考文献

1) 室田・神田・白井，"貯水池による水供給の信頼性（才1報）"，才25回年次学術講演会　S. 45. 11
2) 室田・神田・白井，"流量変動による貯水池水位の挙動と放流量の評価"，関西支部年次学術講演会　S. 46. 5
3) 室田・神田，"貯水池による水供給の信頼性（才2報）"，才26回年次学術講演会　S. 46. 10