

大阪大学工学部 正員 室田 明

大阪大学大学院 学生員 江藤剛治

大阪大学大学院 学生員 吉岡正道

1. はじめに 水資源計画をたてる際に、その信頼度を明らかにする必要がある。本研究では、水文資料に含まれる誤差、および水文資料のデータ不足が計画の信頼度におよぼす影響について数値実験による解析を行なった。また水資源計画の精度に関する解析的な研究において、貯水池のシステム特性の研究は必須である。この問題を定性的に論ずる場合においては、貯水池の線型特性程度がわかれば十分なことが多い。そこで throughput としての貯水池の system function を多項式で近似することにより、等価線型貯水池を求める手法を提案した。2節、3節のシミュレーションにおいては、木津川月ヶ瀬地点の48年分の実測資料より発生させた1000年分の月流量資料を用いた。

2. 計画の信頼度におよぼす測定誤差の影響

2-1 シミュレーションの方法 水資源計画における水文資料に含まれる誤差の影響を調べるために、観測資料に i) 常に一定の誤差を含む場合、ii) ガウス分布に従う誤差を含む場合、の2つの誤差介入パターン(図-1、図-2参照)について、不足水量の和と誤差の大きさとの関係をシミュレーションにより調べた。本数値実験では、貯水池操作方式は図-3のごとく仮定した。ここに、貯水池容量 $V = 262.2 \text{ ton}_{\text{Sec}} \cdot \text{day}$ 、月放流量は各ケースとも年を通じて一定とし、 $QC = 245.0$ および $275.6 \text{ ton}_{\text{Sec}} \cdot \text{day}$ の2通りについてシミュレーションを行なった。またそれぞれの場合の誤差はつぎのように与えた。

i) 一定の誤差を含む場合 流量データ $i(t)$ につぎの一定量の誤差 α を加えたものに対してシミュレーションを行なった。

$$\hat{i}(t) = i(t) + \alpha$$

ここに $\alpha = 0, \pm 5, \pm 10, \pm 20, \pm 30, \pm 50 \text{ ton}_{\text{Sec}} \cdot \text{day}$ 平均流量は $612.6 \text{ ton}_{\text{Sec}} \cdot \text{day}$ であるから、最大の誤差は平均値に対して約8%である。

ii) ガウス分布に従う誤差を含む場合 もとの流量の α % の、ガウス分布に従う誤差を加えた。

$$\hat{i}(t) = i(t) + R(t) \times \frac{\alpha}{100} \times i(t)$$

ここに $R(t) : N(0, 1)$ に従うような正規乱数

$$\alpha = 2, 4, 8, 20, 40, 60, 100 \%$$

2-2 結果と検討 図-4に一定の誤差が介入したときの不足水量が示されている。こ

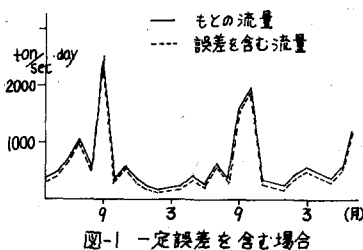


図-1 一定誤差を含む場合

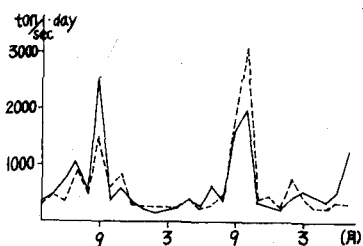


図-2 ガウス分布に従う誤差を含む場合

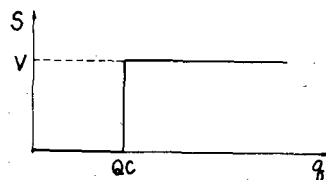


図-3 貯水池操作方式

れによると、当然のことながら i) 正の一定誤差を加えたときは不足水量は減少し、負の一定誤差を加えたときは不足水量は増加し、 $\alpha = \pm 5\%$ で不足水量は約 $\frac{1}{2}$ あるいは2倍となっている。ii) 誤差の大きさと不足水量の関係は、ほぼ2次曲線とみなすことができる。図-5はガウス分布に従う誤差を加えたときの不足水量の変化を示したものである。これによると i) 10% ぐらいの誤差の介入では、ほとんど不足水量に変化はみられないが、20% で約2倍になりそれより大きい場合は急激な増加がみられる。各値から $\alpha = 0$ における不足水量をひいて log-log 座標でプロットすれば図-5(b) に示すごとく傾き約26の直線にほぼのっている。

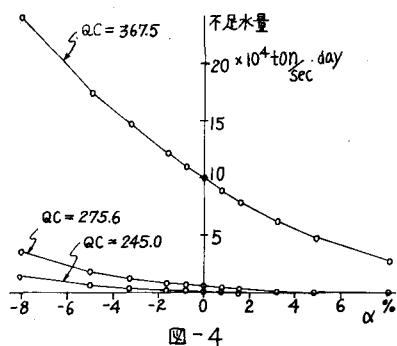


図-4

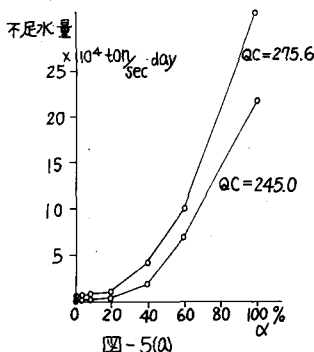


図-5(a)

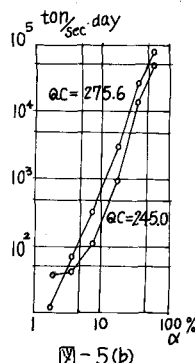


図-5(b)

3. 観測期間と精度の関係

3-1 シミュレーションの結果 観測期間が水資源計画の精度におよぼす影響を調べるために、種々の貯水池容量と放流量の組み合わせに対してシミュレーションによる検討を行なった。ここではその1例を示す。操作方式は図-3と同じ Step function とし、貯水池容量 $V = 262.2 \text{ ton/day}$ 月放流量 $QC = 367.5 \text{ ton/day}$ なるケースについてのシミュレーション結果を示す。図-6は流入量、流出量、不足量に対する自己相関関数のグラフであり、表-1はそれぞれに対する試長変動曲線 (variance length curve) より読み取った値の平方根である。いま図-6に示された自己相関関数を、周期 T の余弦波とエクスポネンシャル関数の合成として近似できるとすると

$$R(\tau) = (1-a)e^{-\frac{\tau}{K}} + a \cos \frac{2\pi}{T}\tau \quad (1)$$

ここに K : ランダム成分の減衰状態を示す時定数

a : 余弦波の振幅

これを variance length curve の式

$$C(T_*) = \frac{2C(0)}{T_*^2} \int_0^{T_*} (T_* - \tau) R(\tau) d\tau \quad (2)$$

に代入して

$$C(T_*) = 2C(0) \left\{ \frac{K(1-a)}{T_*} + \frac{K^2(1-a)(e^{-\frac{T_*}{K}} - 1)}{T_*^2} + \frac{aT_*^2}{(2\pi)^2} \left\{ 1 - \cos \frac{2\pi}{T} T_* \right\} \right\} \quad (3)$$

となる。年単位で計算するときは右辺の項は“0”となり、結局 $C(T_*)$ は T_*^{-1} に比例する項と T_*^{-2} に比例する項よりなる。図-7は不足量について i) シミュレーションにより得られた variance length curve (表-1と同じ) と ii) 図-6(c) より a と K を読み取り、式(3)より計算された variance length curve とを log-log 座標にプロットして比較したものである。

3-2 結果の検討 表-1よりわかるように、i)流入量、流出量、不足量の順で収束が早い、ii) $\sqrt{C(T_k)/C(0)}$ は $T_k=5$ 年で約15%程度である。また図-7よりわかるように、iii)観測期間 T_k と $C(T_k)$ の関係について、式(3)の近似が十分成りたつ。iv) T_k が K に対して十分大きいとき $C(T_k)$ は T_k^{-1} に比例する。

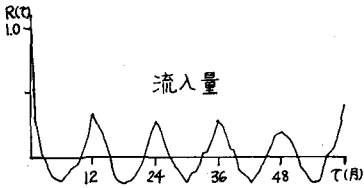


図-6(a)

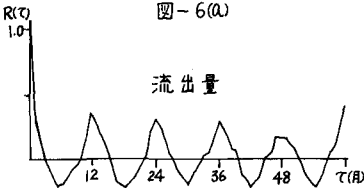


図-6(b)

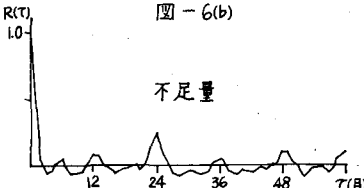


図-6(c)

T_k	5 年	10 年	20 年	50 年	100 年
流入量	0.1321	0.0974	0.0636	0.0329	0.0198
流出量	0.1387	0.1016	0.0663	0.0342	0.0205
不足量	0.1780	0.1123	0.0852	0.0523	0.0380

表-1 $\sqrt{C(T_k)/C(0)}$ の収束

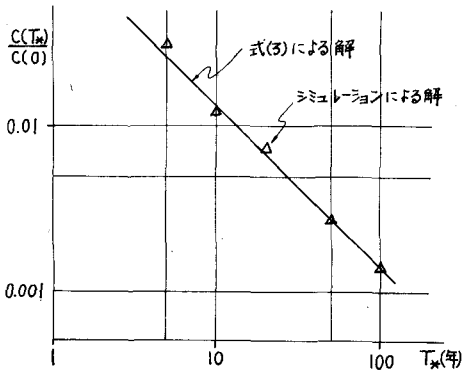


図-7

4. 等価線型貯水池

4-1 理論解 貯水池システムにおいて、実用上、貯留量 S は流出量 g のみの関数としてもよいことが多い。いま $S \sim g$ の関係を多項式近似した場合を考える。

$$S = a_0 + a_1 g + a_2 g^2 + a_3 g^3 + \dots + a_k g^k \tag{4}$$

式(4)において、 g の2乗以上の項からは流入量と同一の周波数をもつ成分は現われない。よって線型貯水池で非線型貯水池の線型特性を近似するためには、 $S(g)$ を g の十分高次の項までを用いて多項式に展開し、その1次までの項をもって等価線型貯水池とすればよい。これらの考察より筆者らはつぎのような等価線型貯水池の理論解を導いた。まず、多項式近似の方法はつぎのようにして行なった。貯水池の operation functionとその近似解をそれぞれ

$$S = S(g) \tag{5}$$

$$u = u(g) \tag{6}$$

とするとき

$$\sigma^2 = \int_0^\infty \{S(g) - u(g)\}^2 f(g) dg \tag{7}$$

ここに $f(g)$: g の確率密度関数

を最小にする $u(g)$ を決定する。このような修正された最小2乗法を用いたのは、積分範囲 $[0, \infty]$ において σ^2 を定義可能とするためであり、また実用上においても、最も生起確率の

高い流量のまわりでできるだけ近似度を高くするのである。

$$u(x) = u_0 + u_1x + u_2x^2 + \cdots + u_nx^n = \sum_{j=0}^n a_j x^j \tag{8}$$

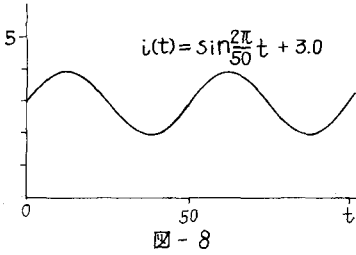
と表わされるとき、式(7)の σ^2 を最小にするために $\frac{\partial \sigma^2}{\partial a_j} = 0$ ($j=1, 2, 3, \cdots, n$)なる n 個の式を解いて u_j が得られる。誤差を小さくするために、原点を x に関する平均値に移して計算を行なうことにする。

$$a_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & C'_1 & M_2 & \cdots & M_n \\ M_1 & C'_2 & M_3 & \cdots & M_{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_n & C'_{n+1} & M_{n+2} & \cdots & M_{2n} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & M_1 & M_2 & \cdots & M_n \\ M_1 & M_2 & M_3 & \cdots & M_{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_n & M_{n+1} & M_{n+2} & \cdots & M_{2n} \end{vmatrix}} \tag{9}$$

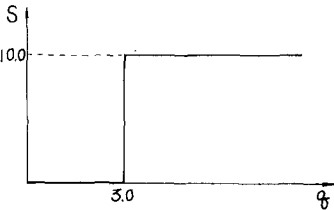
$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} x f dx \\ \mu_j &= \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu_1)^j f d(x-\mu_1) \\ C'_{j+1} &= \int_{-\infty}^{\infty} S(x-\mu_1)^j f d(x-\mu_1) \end{aligned} \right\} j \geq 2 \tag{10}$$

したがって、 $S = a_1x$ より等価線型貯水池は求められる。式(10)においては、流出量 x のかわりに流入量 i とおいても実用上大差ないと考えられる。

4-2 理論解とシミュレーション結果との比較 つぎのような例について理論解の適用性を検討した。図-8に示すような正弦波を入力し、図-4に示すような非線型貯水池操作を行なう場合について、i)シミュレーションにより得られる線型応答関数と、ii)式(9)より得られる等価線型貯水池の理論解との比較を行なった。表-2は入力の周波数 $\omega = \frac{2\pi}{50}$ に対する線型応答関数の絶対値 $|G(\omega)|$ を比較したものである。



ここに $|G(\omega)| = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \omega^2}}$, $\lambda = \frac{1}{a_1}$
 3次式で近似した場合、誤差は18.6%となり実用上十分な近似精度をもつと考えられる。



	非線型操作 (シミュレーションに依る)	3次式近似	2次式近似	1次式近似
a_1		$\frac{40}{\pi}$	$\frac{20}{\pi}$	$\frac{20}{\pi}$
$ G(\omega) $	0.447	0.530	0.778	0.778
誤差		18.6%	74.1%	74.1%

表-2

より高次の近似解に対しても簡単に計算できる。
 これらの結果より式(9)(10)は実用上十分な精度で適用できると考えられる。